

Corso di Logica Matematica, a.a. 2002/03, canale A-D  
Docente: Prof.ssa Anna Labella

Esercizi sulle relazioni: Definizioni, proprietà

Paola Rizzo

1. Sia  $R$  la relazione tra  $E = \{2, 3, 4, 5\}$  e  $F = \{3, 6, 7, 10\}$  definita dalla proposizione “ $x$  divide  $y$ ”. (a) Scrivere  $R$  come un insieme di coppie ordinate; (b) disegnare  $R$  sul diagramma delle coordinate di  $E \times F$ .
2. Quando una relazione  $R$  definita su un insieme  $A$  *non* è riflessiva?
3. Siano  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $R = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 4)\}$ .  $R$  è riflessiva?
4. Ciascuna delle seguenti proposizioni definisce una relazione  $R$  su  $\mathcal{N}$ , i numeri naturali. Dire per ciascuna relazione se essa è riflessiva oppure no: (a) “ $x$  è minore o uguale a  $y$ ”; (b) “ $x$  divide  $y$ ”; (c) “ $x + y = 10$ ”; (d) “ $x$  e  $y$  sono primi l’uno all’altro (cioè il loro unico divisore comune è 1)”.
5. Sia  $C = \{1, 2, 3\}$ . Per ciascuna delle seguenti relazioni su  $C$ , dire se essa è riflessiva oppure no:  $R_1 = \{(1, 2), (3, 2), (2, 2), (2, 3)\}$ ;  $R_2 = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$ ;  $R_3 = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ ;  $R_4 = \{(1, 2)\}$ ;  $R_5 = C \times C$ .
6. Quando una relazione  $R$  su un insieme  $A$  *non* è simmetrica?
7. Siano  $B$  l’insieme definito nell’esercizio 3 e  $R = \{(1, 2), (3, 4), (2, 1), (3, 3)\}$ .  $R$  è simmetrica?
8. Esiste un insieme  $A$  tale che qualsiasi relazione su  $A$  è simmetrica?

9. Sia  $C$  l'insieme definito nell'esercizio 5. Per ciascuna delle seguenti relazioni su  $C$ , dire se essa è simmetrica oppure no:  $R_1 = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (3, 2), (2, 3)\}$ ;  $R_2 = \{(1, 1)\}$ ;  $R_3 = \{(1, 2)\}$ ;  $R_4 = \{(1, 1), (3, 2), (2, 3)\}$ ;  $R_5 = C \times C$ .
10. Quando una relazione  $R$  su un insieme  $A$  *non* è antisimmetrica?
11. Siano  $B$  l'insieme definito nell'esercizio 3 e  $R = \{(1, 2), (3, 4), (2, 2), (3, 3), (2, 1)\}$ .  $R$  è antisimmetrica?
12. Una relazione  $R$  definita su un insieme  $A$  può essere sia simmetrica che antisimmetrica?
13. Siano  $C$  e  $R_1, \dots, R_5$  rispettivamente l'insieme e le relazioni definite nell'esercizio 9. Per ciascuna relazione, dire se essa è antisimmetrica oppure no.
14. Quando una relazione su un insieme  $A$  *non* è transitiva?
15. Siano  $B$  l'insieme definito nell'esercizio 3, e  $R = \{(1, 2), (4, 3), (2, 2), (2, 1), (3, 1)\}$ .  $R$  è transitiva?
16. Siano  $B$  l'insieme definito nell'esercizio 3, e  $R = \{(2, 2), (2, 3), (1, 4), (3, 2)\}$ .  $R$  è transitiva?
17. Sia  $C$  l'insieme definito nell'esercizio 5. Per ciascuna delle seguenti relazioni su  $B$ , dire se essa è transitiva oppure no:  $R_1 = \{(1, 2), (2, 2)\}$ ;  $R_2 = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3), (2, 1), (1, 1)\}$ ;  $R_3 = \{(1, 2)\}$ ;  $R_4 = \{(1, 1)\}$ ;  $R_5 = C \times C$ .