

# *Tecniche di Programmazione Funzionale e Imperativa*

---

*Ivano Salvo*

## **Altre Astrazioni Algebrico/ Categor. Input/ Output in Haskell**

---

Corso di Laurea in Informatica, III anno



**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA

Lezione 15, 26 aprile 2021

# *Lezione 15a*

*Ancora Astrazioni:  
Monoidi, Foldable  
& Traversable*

# *Classi e pattern di computazione*

---

Oggi vediamo 3 pattern per generalizzare computazioni su strutture dati:

- **Monoid**: generalizza l'idea di avere un'operazione associativa e un'identità (ad esempio [ ] e ++ nelle liste)
- **Foldable**: generalizza l'idea di foldare operazioni monoidali dentro le liste
- **Traversable**: generalizzano ulteriormente l'idea di map integrando, ad esempio, la gestione di possibili fallimenti.

# *classe Monoid*

Ricordiamo al solito che un monoide ha un'operazione associativa `mappend` (scritta anche `<>`) con un'identità (`mempty`).

Queste operazioni devono obbedire alle seguenti leggi:

$$\text{mempty} \langle \rangle x = x$$

$$x \langle \rangle \text{mempty} = x$$

$$x \langle \rangle (y \langle \rangle z) = (x \langle \rangle y) \langle \rangle z$$

```
-- classe Monoid
class Monoid a where
  mempty    :: a
  mappend   :: a -> a -> a
  mconcat   :: [a] -> a
  mconcat = foldr mappend mempty

-- ovviamente
instance Monoid [a] where
  -- mempty    :: [a]
  mempty = []
  -- mappend   :: [a] -> [a] -> [a]
  mappend = (++)
```

# Maybe come Monoid

Il monoid Maybe fa distribuire Maybe sulle liste, conservando i valori “buoni” e scartando i Nothing. Notare che ciò è diametralmente opposto al comportamento di mapM!

Ed è legato all’idea di lista come molteplici risultati di una computazione non-deterministica (come l’applicativo [ ])

```
-- osservate che occorre assumere Monoid a
instance Monoid a => Monoid (Maybe a) where
  -- mempty  :: Maybe a
  mempty = Nothing

  -- mappend :: Maybe a -> Maybe a -> Maybe a
  Nothing `mappend` my = my
  mx `mappend` Nothing = mx
  (Just x) `mappend` (Just y) =
      Just (x `mappend` y)
```

# Wrapper Types: Monoidi Int & Bool

Diversi tipi possono essere **monoidi rispetto a più operazioni**: ad esempio gli **interi** (e tutti gli insiemi numerici) sono un monoide sia rispetto alla **somma** (con identità **0**) che rispetto al **prodotto** (con identità **1**).

Dato che non si possono definire due classi sullo stesso tipo, occorre ricorrere a un **wrapper type**.

Qui vediamo l'esempio di Bool.

```
newtype All = All Bool deriving ...
getAll (All b) = b

instance Monoid All where
    mempty = All True
    (All b) `mappend` (All c) = All (b && c)

newtype Any = Any Bool deriving ...
getAny (Any b) = b

instance Monoid Any where
    mempty = Any False
    (Any b) `mappend` (Any c) = Any (b || c)
```

# Foldable

La principale applicazione dei monoidi è combinare dei valori in una struttura dati **ottenendo un singolo valore**. Nel caso delle liste, possiamo definire la funzione `fold`.

Di conseguenza, una lista di valori che appartengono a un monoide possono essere combinati in modo standard usando `mempty` e `mappend` senza dover passare una funzione come `foldr`.

Stessa cosa si può fare con gli alberi binari.

```
fold    :: Monoid a => [a] -> a
fold []  = mempty
fold (x:xs) = x `mappend` fold xs
-- fold [x, y, z] = x<>(y <> (z <> mempty))

fold    :: Monoid a => Tree a -> a
fold (Leaf x)    = x
fold (Node l r) = fold l `mappend` fold r
```

# Foldable

In generale, la classe **Foldable** offre una serie di meccanismi per calcolare funzioni basandosi su questo principio.

L'interfaccia della classe `Foldable` è la seguente.

Ovviamente, ancora una volta, sono le liste l'esempio più ovvio della classe `Foldable`.

```
-- Interfaccia foldable
class Foldable t where
  fold      :: Monoid a => t a -> a
  foldMap   :: Monoid b => (a -> b) -> t a -> b

-- queste non necessitano a o b essere un monoide
-- perché la funzione di composizione è fornita
  foldr     :: (a -> b -> b) -> b -> t a -> b
  foldl     :: (a -> b -> a) -> a -> t b -> a
```



# Trees as Foldable

Visto che le definizioni delle liste dovrebbero essere immediate, noi vediamo come esempio di `Foldable` gli alberi binari come definiti la lezione scorsa.

```
-- Trees come Foldable
instance Foldable Tree where
  --fold :: Monoid a -> Tree a -> a
  fold (Leaf x) = x
  fold (Node l r) = fold l `mappend` fold r

  --foldMap :: Monoid b -> Tree a -> (a -> b) -> b
  foldMap f (Leaf x) = f x
  foldMap f (Node l r) =
    foldMap f l `mappend` foldMap f r

  --foldr :: (a -> b -> b) -> b -> Tree a -> b
  foldr f v (Leaf x) = f x v
  foldr f v (Node l r) = foldr f (foldr f v r) l

  --foldl :: (a -> b -> a) -> a -> Tree b -> a
  foldl f v (Leaf x) = f v x
  foldl f v (Node l r) = foldl f (foldl f v l) r
```

# *Default definitions in Foldable*

Come si può immaginare, molte di queste funzioni sono interdefinibili tra loro.

La funzione `toList` gioca un ruolo cruciale nelle definizioni di default fornite insieme alla classe `Foldable`.

```
-- definizioni reciproche..
fold      = foldMap id
foldMap f = foldr (mappend . f) mempty

-- inoltre tutti i Foldable sono riducibili a
-- una lista con:
toList    = foldMap (\x->[x])

-- altre funzioni in Foldable: default definitions
null      = null . toList
length    = length . toList
elem x    = elem x . toList
maximum   = maximum . toList
minimum   = minimum . toList
sum       = sum . toList
product   = product . toList
```

# *Discussione del design di Foldable*

---

- **Perché così tante funzioni nell'interfaccia?** Perché è possibile dare una definizione comune di default, dando la possibilità, se necessario di fare overriding in una specifica classe.
- **Cosa è necessario definire manualmente?** È sufficiente fornire l'implementazione di **solo 1 tra foldr e foldMap** e tutte le altre saranno derivate dalle definizioni di default. Usualmente, la più semplice da definire è foldMap.
- **Efficienza?** In generale GHC implementa versioni più efficienti di quelle viste in Haskell, ma che soddisfano alle stesse equazioni.

# Generic Functions

Come sempre, uno degli effetti positivi di definire questo tipo di astrazioni è la possibilità di definire funzioni generiche, che dipendono dai **nomi** e dalle **proprietà** delle classi.

Vediamo qualche semplice esempio.

```
average :: Foldable t, Num a => t a -> a
average ns = sum ns / length ns

and :: Foldable t => t Bool -> Bool
and = getAll . foldMap All

all :: Foldable t => (a -> bool) -> t a -> Bool
all p = getAll . foldMap (All . p)

-- definizioni simili per or e any
> any even (Node(Leaf 1)(Leaf 2))
True

concat :: Foldable t => t [a] -> a
concat = fold
> concat (Node(Leaf [1])(Leaf [2,3]))
[1,2,3]
```

# Traversables

Concludiamo con una generalizzazione di map che considera la possibilità di fallimenti.

Ancora una volta, ciò **non è strettamente specifico delle liste**.

```
traverse :: (a->Maybe b) -> [a] -> Maybe [b]
traverse g []          = pure []
traverse g (x:xs) = pure (:)<*> g x <*>
                      traverse g xs

-- Esempio
pred :: Int -> Maybe Int
pred n = if n > 0 then Just (n-1) else Nothing

>traverse pred [1,2,3]
Just [0,1,2]

>traverse pred [2,1,0]
Nothing
```

# Traversable

---

Ci limitiamo a vedere la definizione delle classe **Traversable** e la definizione degli alberi binari come sua istanza.

```
class (Functor t, Foldable t) => Traversable where
  traverse :: Applicative f =>
    (a -> f b) -> t a -> f (t b)
instance Traversable Tree where
  -- traverse :: Applicative f =>
    (a -> f b) -> Tree a -> f (Tree b)
  traverse g (Leaf x) = pure Leaf <*> g x
  traverse g (Node l r) =
    pure Node <*> traverse g l <*> traverse g r
```

# *Lezione 15b*

## *Input/Output in Haskell*

# Il problema dell'input/output

Abbiamo usato Haskell semplicemente per valutare funzioni. Scriviamo definizioni di funzioni e valutiamo il valore delle funzioni sugli argomenti.

In realtà, i programmi interattivi sono un problema nel mondo funzionale, a causa del fatto che **input** e **output** sono, a rigore dei **side-effects**: il **valore di una funzione pura dipende solo dai suoi argomenti**.

**Idea**: immaginare esista un argomento implicito nelle funzioni interattive che rappresenta lo "stato del mondo".

Si usa quindi una Monade e le espressioni di tipo `IO a` sono dette **actions**.

```
-- prima approssimazione:  
type IO = World -> World  
  
-- ma un programma può anche tornare valori  
type IO a = World -> (a, World)
```



# Azioni Base

---

Il tipo `IO Char` è il tipo delle **azioni che tornano un carattere**, mentre `IO ()` è il tipo che torna la tupla vuota come un risultato (= nessun risultato, assomiglia a `void`), cioè il tipo delle azioni che sono solo side-effects.

Osserviamo che il tipo `IO a` è predefinito in Haskell ed è visto come un tipo dalla definizione nascosta.

Ecco le primitive base per:

- leggere un carattere da tastiera,
- scrivere un carattere da tastiera,
- fornire un valore alle azioni (è un ponte tra le funzioni pure e le azioni: è a senso unico, in quanto una volta impuri **non c'è redenzione!**: a differenza di ST, **World** non è accessibile.

```
-- basic actions:  
getChar :: IO Char  
putChar :: Char -> IO ()  
return :: a -> IO a
```

Usando il costrutto `do` è possibile mettere in sequenza azioni in un'unica azione complessa.

L'istruzione `return` è il modo in cui le azioni possono tornare un risultato ed è un ponte tra il mondo impuro e quello puro: ovviamente **non c'è redenzione** e il contrario non si può fare.

```
-- sequenza di azioni:  
do  v1 <- a1  
    v2 <- a2      do {undefined; return 3}=undefined  
    ...  
    vn <- an  
    return (f v1 v2 ... vn)
```

# Primitive derivate

```
-- leggere una stringa
getLine :: IO String
getLine =
    do x <- getChar
       if x == '\n' then
           return []
       else
           do xs <- getLine
              return (x:xs)

-- scrivere una stringa
putStr :: String -> IO ()
putStr [] = return ()
putStr (x:xs) = do putChar x
                  putStr xs

-- scrivere una stringa e andare a capo
putStrLn :: String -> IO ()
putStrLn xs = do putStr xs
                 putChar '\n'
```

# Il gioco dell'impiccato (1)

[da *Programming in Haskell*, G. Hutton, 2016]

Come esempio di programma interattivo, vediamo una semplice variazione del gioco dell'impiccato.

```
-- inizio del gioco:
hangman :: IO ()
hangman = do putStrLn "Think a word: "
           word <- secretGetLine
           putStrLn "Try to guess it: "
           play word

-- secretGetLine evita di riprodurre la stringa
secretGetLine =
  do x <- secretGetChar
  if x == '\n' then
    do putStrLn x
    return []
  else
    do putStrLn '-'
    xs <- secretGetLine
    return (x:xs)
```

# Il gioco dell'impiccato (2)

[da *Programming in Haskell*, G.Hutton, 2016]

Occorre interagire col sistema per impedire la riproduzione dei caratteri a video 😊

```
-- bisogna estendere getChar:
secretGetChar :: IO ()
secretGetChar =
    do hSetEcho stdin False
       x <- getChar
       hSetEcho stdin True
       return x

-- ci resta da programmare il ciclo di gioco
play word =
    do putStr "?"
       guess = getLine
       if guess == word then
           putStrLn "You got it!!"
       else
           do putStrLn (match word guess)
              play word
```

# Il gioco dell'impiccato (3)

[da *Programming in Haskell*, G.Hutton, 2016]

La funzione `match` mostra i caratteri comuni tra il tentativo e la parola segreta.

```
-- funzione che genera la lista risultato:  
match xs ys = [if elem x ys then x else '-'  
               | x <- xs]
```

Output del  
programma:

```
*Main> hangman  
Think of a word:  
-----  
Try to guess it:  
? s  
s-----  
? test  
se--et  
? cross  
s-cr--  
? secret  
You got it!
```

# *Lezione 15*

*That's all Folks...*

*Grazie per l'attenzione...*

*...Domande?*