

Table of Contents

[RECAP:](#)

[Errori: try/except/finally e raise](#)

[GIOCO: Filetto/Tris](#)

[Le mosse valide sono tutte le caselle libere](#)

[\(MA SOLO se non è finita la partita\)](#)

[La partita è finita alla pari se non ci sono più mosse disponibili](#)

[il prossimo giocatore si ottiene contando le mosse](#)

[una configurazione è vincente per un certo giocatore](#)

[se ci sono 3 simboli in fila uguali al suo](#)

[Per applicare una mossa basta mettere](#)

[il simbolo GIUSTO nella casella](#)

[Finalmente generiamo tutto l'albero di gioco](#)

[Strategia vincente per il giocatore G](#)

[Ottimizzazione: NON generare configurazioni EQUIVALENTI](#)

[Espressioni algebriche e loro manipolazione](#)

[Come analizzare una espressione come testo e costruire l'albero?](#)

[cosa possiamo fare con una rappresentazione 'simbolica' di una espressione?](#)

In []:

1



Fondamenti di Programmazione

Andrea Sterbini

lezione 19 - 12 dicembre 2022



RECAP:

- Diametro di un albero
- Alberi di gioco
 - Somma di coppie pari o dispari in una sequenza di interi
 - Anagramma e numero di scambi
 - Dare i resti se si hanno certe monete



Errori: try/except/finally e raise

- si definiscono come sottoclassi di **Exception**
- si lanciano con **raise**
- si catturano con **try/except/finally**

In [1]:

```
1 # --- definire nuovi errori con nuove classi che ereditano da Exception
2 class MioErrore(Exception) : pass
3
4 # esempio di "cattura" di due tipi di errore
5 try:
6     # codice che normalmente va eseguito e potrebbe generare un errore
7
8     # Per "lanciare" un errore si usa 'raise' (solleva)
9     # lancio un mio tipo di errore con un messaggio
10    raise MioErrore('è successo qualcosa di strano')
11
12    with open('proibito2') as F:    # provo ad aprire un file che non esiste
13        text = F.read()
14
15 # qui catturo il tentativo di aprire un file per cui non ho i permessi
16 except PermissionError as e:
17    print(e)                        # e stampo il messaggio della eccezione catturata
18
19 # qui catturo il tentativo di aprire un file che non esiste
20 except FileNotFoundError as e:
21    print("file non trovato")      # e stampo un messaggio personalizzato
22
23 except Exception as e:           # catturo qualsiasi altro tipo di eccezione
24    print(e)                        # DA NON USARE (cattura troppo e fallisce il test di ricorsione)
25    #raise                          # e posso anche ri-lanciare l'errore
26
27 # in ogni caso mi assicuro alla fine di eseguire questo codice "no matter what"
28 finally:
29    # codice da eseguire sempre
30    print("fatto")
31 # codice che segue, che potrebbe non essere eseguito se c'è una eccezione non catturata
32 print("continuo da qui")
33 #####
34
35
```

è successo qualcosa di strano
fatto
continuo da qui

GIOCO: Filetto/Tris

- 2 giocatori
- **configurazione**: scacchiera 3x3 con simboli **o** oppure **x** (oppure spazio per la casella vuota)
- **mosse possibili**: inserire il simbolo del giocatore di turno in una casella vuota
- **vincita**: 3 simboli uguali in fila (riga, colonna o diagonale)
- **convergenza**: max 9 caselle quindi max 9 mosse

```

In [2]: 1 import graphviz
        2 class GraphvizNode:
        3     _num_nodi = 0
        4     def __init__(self, horizontal=True):
        5         GraphvizNode._num_nodi += 1 # tengo conto di quanti nodi ho generato
        6         self.__id = GraphvizNode._num_nodi # ciascuno ha una ID unica
        7         self._horizontal = horizontal # per default lo mostro in orizzontale
        8         self._sons = []
        9     def dot(self):
        10        """Costruisco la rappresentazione dell'albero da visualizzare con Graphviz
        11        ovvero l'elenco di nodi e di archi da visualizzare"""
        12        if self._sons:
        13            s = f'{self.__id} [label="{self.label()}"]\n' # se non foglia colore nero
        14        else:
        15            s = f'{self.__id} [label="{self.label()}" color=red, style=bold]\n' # coloro le foglie di rosso
        16        for son in self._sons:
        17            s += f'{self.__id} -> {son.__id}\n' # archi padre -> figlio
        18            s += son.dot() # più tutti i nodi e archi dei sottoalberi
        19        return s
        20
        21     def label(self):
        22         "per default un nodo mostra la propria stringa"
        23         return self.__repr__()
        24
        25     def show(self):
        26         "Creo l'oggetto Digraph che visualizza il grafo diretto"
        27         G = graphviz.Digraph()
        28         rankdir = 'LR' if self._horizontal else 'TD'
        29         G.body.append(f'''rankdir={rankdir}
        30         node [shape=record]
        31         ''' + self.dot())
        32         return G

```

```

In [3]: 1 import jdc
        2
        3 # nuovo tipo di errore per comunicare errori del gioco
        4 class FilettoError(Exception):
        5     pass
        6
        7 class Filetto(GraphvizNode):
        8     def __init__(self, configurazione=None):
        9         "creazione di un nuovo nodo a partire da una data configurazione, rappresentata come matrice 3x3"
        10        super().__init__()
        11        if configurazione is None:
        12            configurazione = [ [' ']*3 for i in range(3)] # se non viene passata # ne creiamo una vuota
        13        self._configurazione = configurazione
        14        self._sons = [] # all'inizio non ci sono figli
        15
        16     def __repr__(self):
        17         "rappresentazione sotto forma di stringa della tabella, in graphviz mostra una scacchiera"
        18         return '{' + '|'.join(['{' + '|'.join(riga)+'}' for riga in self._configurazione ]) + '}'

```

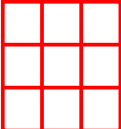
```

In [4]: 1 F = Filetto()
        2 print(F)
        3 F.show()

```

```
{{ | | } { | | } { | | }}
```

```
Out[4]:
```



Le mosse valide sono tutte le caselle libere (MA SOLO se non è finita la partita)

```
In [5]: 1 %%add_to Filetto
2 # --- elenco delle mosse valide
3 def mosse_valide(self):
4     """Trovo le mosse valide (ma non ce ne sono se patta o qualcuno ha vinto)"""
5     if self.vincente('x'): return []
6     if self.vincente('o'): return []
7     if self.patta(): return []
8     return [(x,y)
9             for y,riga in enumerate(self._configurazione)
10            for x,casella in enumerate(riga)
11            if casella == ' ' ]
12
13 # definirò fra poco i metodi 'patta' e 'vincente'
```

La partita è finita alla pari se non ci sono più mosse disponibili

(ovvero nessuno ha già vinto)

```
In [6]: 1 %%add_to Filetto
2 # --- Configurazione che dà patta
3 def patta(self):
4     "torno True se siamo in una patta (non ci sono caselle libere)"
5     return self.prossimo_giocatore() is None
```

il prossimo giocatore si ottiene contando le mosse

- si inizia sempre con 'o'
- però torniamo None se non ci sono più caselle libere

```
In [7]: 1 %%add_to Filetto
2 # --- Prossimo giocatore
3 def prossimo_giocatore(self):
4     "si inizia sempre col simbolo 'o' quindi basta contare gli ' ' per sapere a chi tocca"
5     conteggio = sum(
6         for riga in self._configurazione
7         for cell in riga
8         if cell == ' ')
9     if conteggio == 0: # se non ci sono spazi
10        return None # non è il turno di nessuno
11    elif conteggio % 2 == 1: # inizia sempre 'o' (con 9 caselle libere)
12        return 'o'
13    else:
14        return 'x'
```

```
In [8]: 1 Filetto().prossimo_giocatore()
```

```
Out[8]: 'o'
```

una configurazione è vincente per un certo giocatore se ci sono 3 simboli in fila uguali al suo

```
In [9]:
1 %%add_to Filetto
2 # --- Configurazione vincente per un giocatore G o K (non intendo strategia)
3 def vincente(self, giocatore):
4     """La configurazione corrente è vincente per il giocatore se ci sono 3
5     dei suoi simboli in riga, colonna o diagonale"""
6     [[A,B,C],
7      [D,E,F],
8      [G,H,I]] = self._configurazione
9     return (A == B == C == giocatore # prima riga
10            or D == E == F == giocatore # seconda riga
11            or G == H == I == giocatore # terza riga
12            or A == D == G == giocatore # prima colonna
13            or B == E == H == giocatore # seconda colonna
14            or C == F == I == giocatore # terza colonna
15            or A == E == I == giocatore # diagonale
16            or C == E == G == giocatore # antidiagonale
17            )
```

```
In [10]: 1 Filetto( [[1,1,1],[2,1,2],[3,3,1]]).vincente(1)
```

```
Out[10]: True
```

```
In [11]: 1 Filetto().mosse_valide()
```

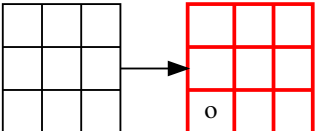
```
Out[11]: [(0, 0), (1, 0), (2, 0), (0, 1), (1, 1), (2, 1), (0, 2), (1, 2), (2, 2)]
```

Per applicare una mossa basta mettere il simbolo GIUSTO nella casella

```
In [12]:
1 %%add_to Filetto
2 # --- Mosse: inserire il simbolo di turno in una delle caselle vuote
3 def applica_mossa(self, x, y):
4     """data una coordinata x,y inserisco il giocatore di turno,
5     e costruisco un nuovo figlio con la nuova configurazione"""
6     if self._configurazione[y][x] != ' ': # se la casella NON è libera
7         raise FilettoError(f"La casella {x} {y} è già occupata")
8     # altrimenti tutto OK
9     copia = [ riga.copy() for riga in self._configurazione ] # copio la configurazione
10    copia[y][x] = self.prossimo_giocatore() # e ci metto il simbolo alle coordinate x,y
11    self._sons.append(Filetto(copia)) # e aggiungo il nuovo nodo ai figli
12    return self
```

```
In [13]: 1 Filetto().applica_mossa(2,0).show()
```

```
Out[13]:
```

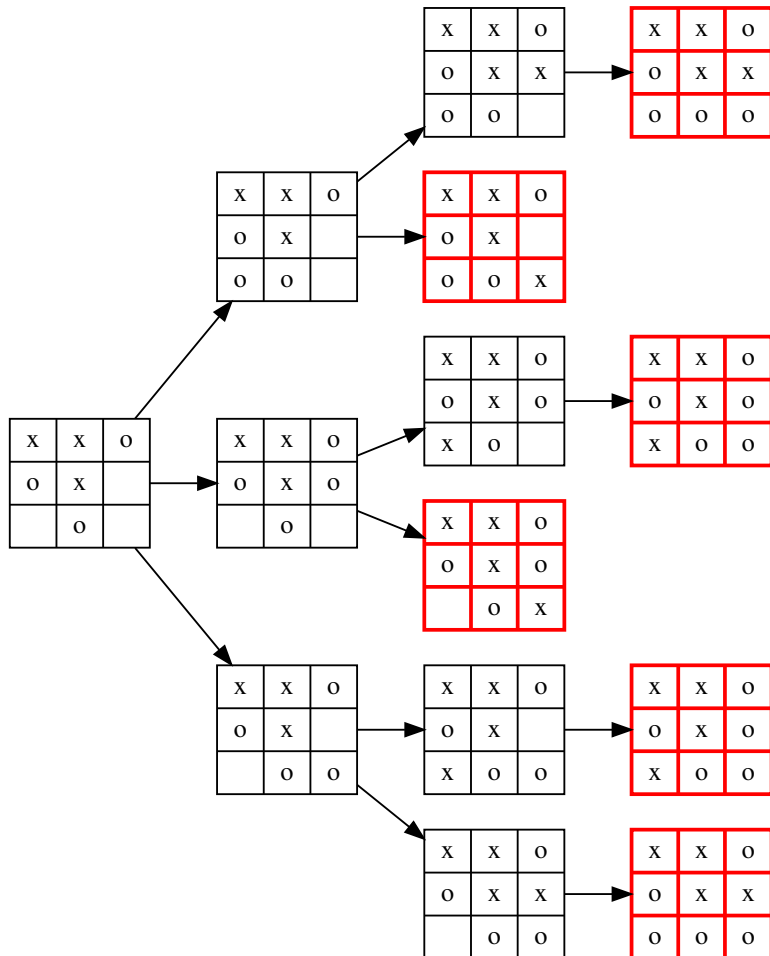


Finalmente generiamo tutto l'albero di gioco

```
In [14]:
1 %%add_to Filetto
2 # --- generare l'albero di gioco
3 def genera(self):
4     "Se ci sono mosse valide genero i figli, quindi espando anche i figli"
5     mosse = self.mosse_valide()
6     for x,y in mosse:
7         self applica_mossa(x, y)
8     for figlio in self._sons:
9         figlio.genera()
10    return self
```

```
In [15]:
1 board = [[['x', 'o', ' '],
2           ['x', 'x', 'o'],
3           ['o', ' ', ' ']],
4 Filetto(board).genera().show()
```

Out[15]:



Strategia vincente per il giocatore G

- casi base
 - se patta NO
 - se vincente per G SI

- se vincente per K NO
- altrimenti: esiste una mossa per G tale che per tutte le mosse di K si arriva sempre ad una posizione vincente x G?
 - se è il turno di G e basta UNA mossa che porti alla vittoria di G
 - se è il turno di K e devono TUTTE portare alla vittoria di G

In [16]:

```

1 %%add_to Filetto
2 # --- Strategia vincente per il giocatore G
3 def esiste_strategia_vincente(self, giocatore):
4     "vedo se questa posizione ha una strategia vincente per il giocatore"
5     if self.vincente(giocatore): # sì se ho già vinto
6         return True
7     altro = 'o' if giocatore == 'x' else 'x'
8     if self.vincente(altro): # no se ha vinto l'altro giocatore
9         return False
10    if self.patta(): # no se siamo alla patta
11        return False
12    # altro modo: se non ho figli e ho vinto True else False
13    pg = self.prossimo_giocatore()
14    if giocatore == pg: # se tocca a me
15        for figlio in self._sons: # e c'è almeno un figlio che è vincente posso muovermi lì e quindi questa posizione è vincente
16            if figlio.esiste_strategia_vincente(giocatore):
17                return True
18        else:
19            return False # altrimenti nessuno dei figli è vincente, questa posizione non è vincente
20    else: # se invece non è il giocatore a dover giocare
21        for figlio in self._sons: # per vincere, nessuna delle scelte dell'avversario deve essere vincente
22            if figlio.esiste_strategia_vincente(altro): # se una lo è, questa posizione NON è vincente per me
23                return False
24        else: # se nessuno dei figli è vincente per l'avversario
25            return True # allora io posso vincere da qui
26
27 # TODO: estrarre la sequenza di mosse vincenti

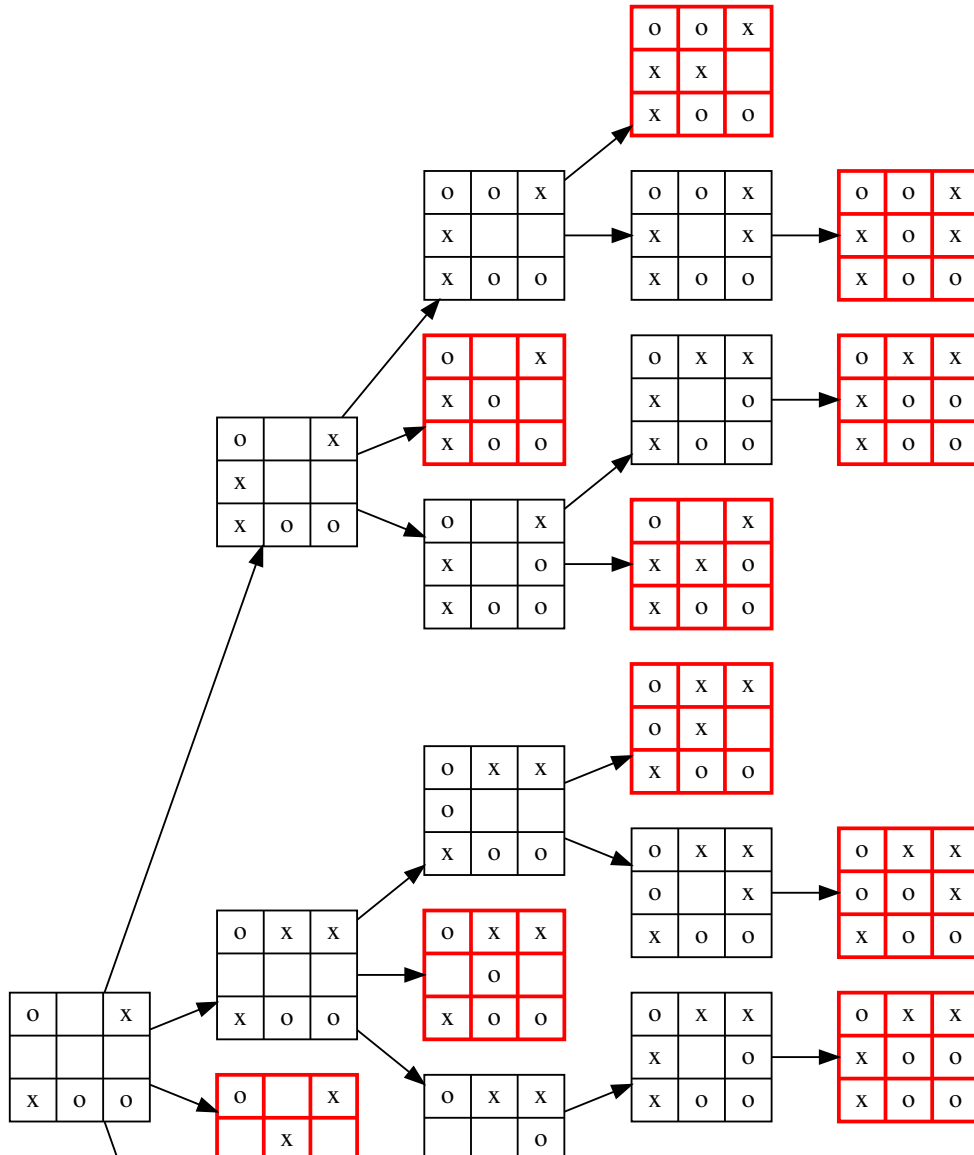
```

In [17]:

```
1 f1 = Filetto([
2     ['o', ' ', 'x'],
3     [' ', ' ', ' '],
4     ['x', ' ', 'o'],
5 ])
6 print('è posizione vincente per x?      ', f1.vincente('x'))
7 print('prossimo giocatore               ', f1.prossimo_giocatore())
8 print('è patta?                         ', f1.patta())
9 #f1.appllica_mossa(1, 0, 'x')
10 f1.genera()
11 print("c'è una strategia vincente per x?", f1.esiste_strategia_vincente('x'))
12 f1.show()
```

è posizione vincente per x? False
prossimo giocatore x
è patta? False
c'è una strategia vincente per x? True

Out[17]:



In [18]:

```
1 %%add_to Filetto
2 def is_equivalent(self, board) -> bool:
3     C1 = self.configurazione
4     [[A,B,C],[D,E,F],[G,H,I]] = board
5     return ( C1 == [[A,B,C],[D,E,F],[G,H,I]] # identica
6             or C1 == [[C,F,I],[B,E,H],[A,D,G]] # rot 90° antioraria
7             or C1 == [[I,H,G],[F,E,D],[C,B,A]] # rot 180°
8             or C1 == [[G,D,A],[H,E,B],[I,F,C]] # rot 90° oraria
9             or C1 == [[A,D,G],[B,E,H],[C,F,I]] # diag. princ.
10            or C1 == [[A,D,G],[B,E,H],[C,F,I]] # diag. second.
11            or C1 == [[G,H,I],[D,E,F],[A,B,C]] # sopra sotto
12            or C1 == [[C,B,A],[F,E,D],[I,H,G]] # sinistra destra
13
14
15
16
17
18
19
20 )
```

In [19]:

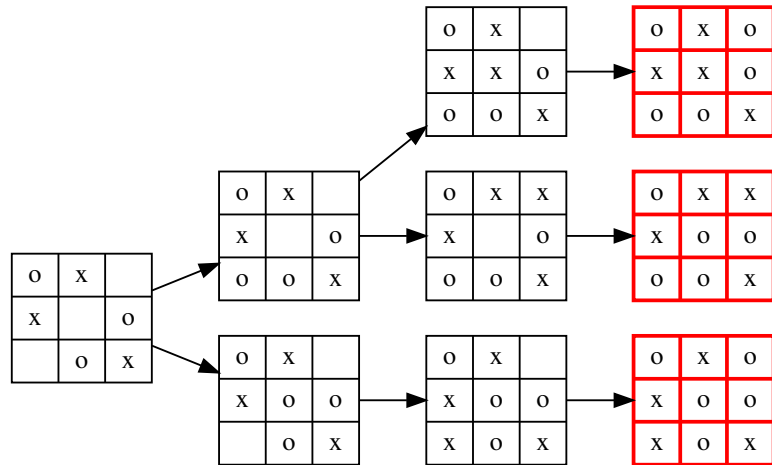
```
1 %%add_to Filetto
2 # --- Mosse: inserire il simbolo di turno in una delle caselle vuote
3 def applica_mossa(self, x, y):
4     """data una coordinata x,y provo a vedere se posso inserire il giocatore,
5     e costruisco un nuovo figlio con la nuova configurazione"""
6     assert self.configurazione[y][x] == ' ', f"La casella {x} {y} è già occupata"
7     # altrimenti tutto OK
8     copia = [ riga.copy() for riga in self.configurazione ] # copio la configurazione
9     copia[y][x] = self.prossimo_giocatore() # e ci metto il simbolo alle coordinate x,y
10    # se però è una configurazione equivalente ad una già generata non l'aggiungo
11    if any( son.is_equivalent(copia) for son in self._sons ):
12        print("Skipping a configuration because equivalent to others")
13        return self
14    self._sons.append(Filetto(copia)) # e aggiungo il nuovo nodo ai figli
15    return self
```

In [20]:

```
1 f2 = Filetto([
2   ['o', 'x', ''],
3   ['x', 'o', ''],
4   ['', 'o', 'x'],
5 ])
6 f2.genera().show()
```

Skipping a configuration because equivalent to others
Skipping a configuration because equivalent to others

Out[20]:



Espressioni algebriche e loro manipolazione

Una espressione agebrica è

- un numero intero
- una variabile (1 sola lettera)
- (espressione operatore espressione)
 - operatori: $*$ / $+$ - $^$
 - senza precedenza tra operatori: ogni operazione è racchiusa tra parentesi

```
In [21]: 1 # definiamo sui nuovi tipi di errore
2 class DivisionePerZeroError(Exception):
3     pass # si comporta esattamente come Exception, quindi non ha attributi o metodi suoi
4
5 class EspressioneError(Exception): pass
6
7 # descrizione della sintassi
8 # espressione ::= numero
9 # espressione ::= variabile
10 # espressione ::= '(' espressione operatore espressione ')'
11 # operatore ::= '*' | '+' | '-' | '/' | '^'
12 # variabile ::= *un carattere alfabetico*
13 # numero ::= una sequenza di *cifre*
14
15 class Numero(GraphvizNode):
16     '''
17     Un numero contiene un valore numerico
18     '''
19     def __init__(self, valore):
20         super().__init__(False) # visualizzo l'albero in verticale
21         self._valore = valore
22
23     # --- stampa della espressione algebrica da un albero
24     def __repr__(self):
25         "il testo che rappresenta questo oggetto non è altro che il valore come stringa"
26         return str(self._valore)
```

```
In [22]: 1 Numero(12).show()
```

```
Out[22]: 12
```

```
In [23]: 1 class Variabile(GraphvizNode):
2     def __init__(self, nome):
3         "una variabile ha un nome (stringa)"
4         super().__init__()
5         self._nome = nome
6
7     # --- stampa della espressione algebrica da un albero
8     def __repr__(self):
9         "come stringa la variabile è rappresentata dal suo nome"
10        return self._nome
```

```
In [24]: 1 Variabile('y').show()
```

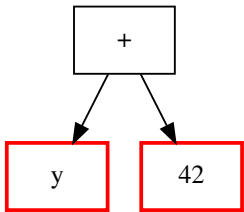
```
Out[24]: y
```

```
In [25]:
1 class Espressione(GraphvizNode):
2     def __init__(self, argomento1, operatore, argomento2):
3         "una Espressione ha sempre due argomenti ed un operatore (+-*/^)"
4         super().__init__(False)
5         self._operatore = operatore
6         self._argomento1 = argomento1
7         self._argomento2 = argomento2
8         self._sons = argomento1, argomento2
9
10        # --- stampa della espressione algebrica da un albero
11    def __repr__(self):
12        #return self._operatore
13        # qua ci sono 2 chiamate ricorsive implicite a __repr__ per inserire gli argomenti nella stringa
14        return f'({self._argomento1} {self._operatore} {self._argomento2})'
15    def label(self):
16        return self._operatore
```

```
In [26]:
1 E = Espressione(Variabile('y'), '+', Numero(42))
2 print(E)
3 E.show()
```

(y + 42)

Out[26]:



```
In [27]:
1 %%add_to Numero
2 def calcola(self, _env=None):
3     return self._valore
```

```
In [28]:
1 Numero(666).calcola()
```

Out[28]: 666

```
In [29]:
1 %%add_to Variabile
2 # calcolo del valore della variabile
3 def calcola(self, environment):
4     "dato un dizionario { nome -> valore }, una variabile ha il valore che nel dizionario corrisponde al suo nome"
5     try:
6         return environment[self._nome]
7     except KeyError:
8         raise EspressioneError(f"La variabile {self._nome} non è presente nell'environment")
```

```
In [30]:
1 Variabile('x').calcola({'y':90, 'x':55})
```

Out[30]: 55

In [31]:

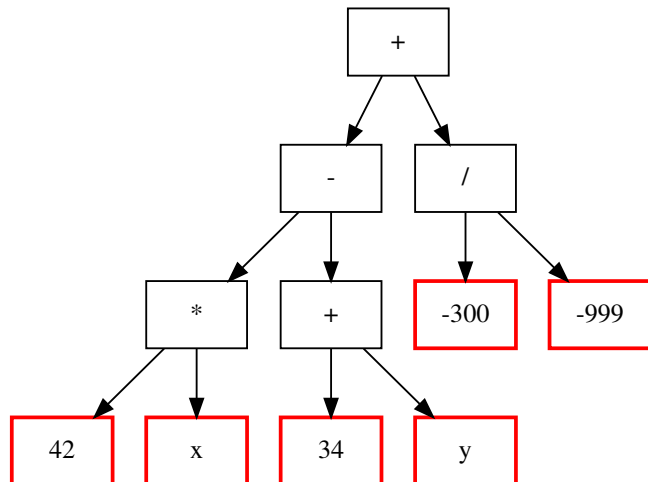
```
1 %%add_to Espressione
2 # calcolo della espressione algebrica da un albero (con variabili)
3 # environment è un dizionario { variabile -> valore } che permette di calcolare
4 # l'espressione per certi valori delle variabili
5 def calcola(self, environment):
6     "per calcolare il valore di una espressione prima calcolo i due argomenti e poi applico l'operatore"
7     arg1 = self._argomento1.calcola(environment) # passo l'environment alle due sottoespressioni
8     arg2 = self._argomento2.calcola(environment) # che potrebbero contenere variabili
9     if self._operatore == '+':
10        return arg1 + arg2
11    if self._operatore == '-':
12        return arg1 - arg2
13    if self._operatore == '*':
14        return arg1 * arg2
15    if self._operatore == '/':
16        return arg1 / arg2
17    if self._operatore == '^':
18        return arg1 ** arg2
```

In [32]:

```
1
2 n1 = Numero(42)
3 n2 = Numero(34)
4 n3 = Numero(-300)
5 n4 = Numero(-999)
6 v1 = Variabile('x')
7 v2 = Variabile('y')
8 e1 = Espressione( n1, '*', v1 ) # (42 * x)
9 e2 = Espressione( n2, '+', v2 ) # (34 * y)
10 e3 = Espressione( n3, '/', n4 ) # (-300 / -999)
11 e4 = Espressione( e1, '-', e2 ) # ((42 * x) - (34 * y))
12 e5 = Espressione( e4, '+', e3 ) # (((42 * x) - (34 * y)) + (-300 / -999))
13
14 print(e5)
15
16 env = { 'x': 10, 'y': 20, 'z': 3 }
17
18 print(e5.calcola(env))
19 e5.show()
```

$((42 * x) - (34 * y)) + (-300 / -999)$
366.3003003003003

Out[32]:



Come analizzare una espressione come testo e costruire l'albero?

- se inizia per cifra c'è un numero -> leggiamo le altre cifre
- se inizia per lettera è una variabile
- se inizia per '(' è una espressione
 - ricorsivamente leggiamo il primo argomento
 - poi l'operatore
 - poi il secondo argomento
 - poi la ')'

Ad ogni passo guardiamo un solo carattere

Una volta riconosciuto un frammento ci serve sapere cosa ancora va analizzato, quindi torniamo

- l'espressione ottenuta
- il resto della stringa da esaminare (per completare chiamate ricorsive precedenti)

In [33]:

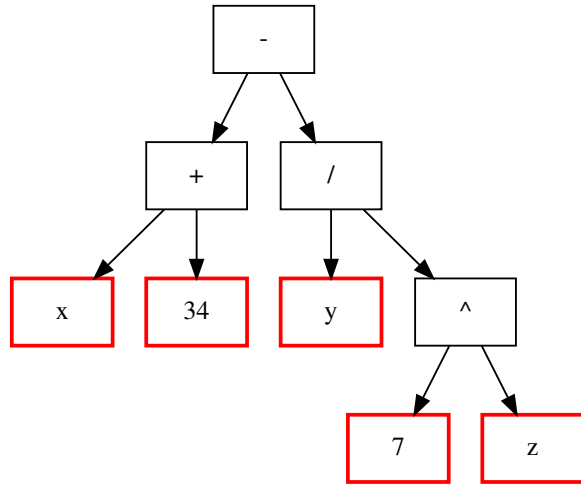
```
1 # la funzione analizza la parte iniziale della stringa, riconoscendo l'espressione
2 # e la torna assieme alla parte di testo che ancora non è stata esaminata
3
4 def analizza(stringa):
5     # FIXME: Prima di chiamare analizza conviene togliere eventuali spazi con replace
6     # primo, *resto = stringa # prendo il primo carattere e lascio in resto i rimanenti
7     primo = stringa[0]
8     resto = stringa[1:]
9     if primo.isdecimal(): # se è una cifra
10        # torno un Numero con tutte le cifre che trovo
11        valore = primo # concateno le cifre
12        while resto and resto[0].isdecimal(): # se ce ne sono ancora
13            valore += resto.pop(0) # tolgo la prima cifra
14        # quando non ne trovo più
15        return Numero(int(valore)), resto # costruisco il numero e torno il resto del testo non analizzato
16    if primo == '(': # se invece il primo carattere è una '(' devo riconoscere una espressione
17        # torno una espressione cercando: espressione operatore espressione ')'
18        arg1, resto1 = analizza(resto) # con una chiamata ricorsiva riconosco la prima espressione
19        operatore, *resto2 = resto1 # nel resto del testo il primo carattere è l'operatore
20        if operatore not in '*+^-/': # se è sbagliato lancio un errore
21            raise EspressioneError("mi aspettavo un operatore '*+^-/' invece di "+operatore)
22        arg2, resto3 = analizza(resto2) # analizzo il testo dopo l'operatore
23        if resto3[0] != ')': # e subito dopo mi aspetto di trovare la ')'
24            raise EspressioneError("mi aspettavo una ) e invece ho trovato una "+resto3[0])
25        # se tutto è andato bene posso costruire l'espressione e tornare il testo che segue la ')'
26        return Espressione(arg1, operatore, arg2), resto3[1:]
27    else: # altrimenti dovrebbe essere una variabile (con un solo carattere)
28        # torno una Variabile
29        return Variabile(primo), resto # la costruisco e torno il resto dei caratteri che la seguono
```

In [34]:

```
1 E, resto = analizza('((x+34)-(y/(7^z)))')
2
3
4 print(E)
5
6 print(E.calcola(env))
7
8 E.show()
```

$((x + 34) - (y / (7 ^ z)))$
43.94169096209912

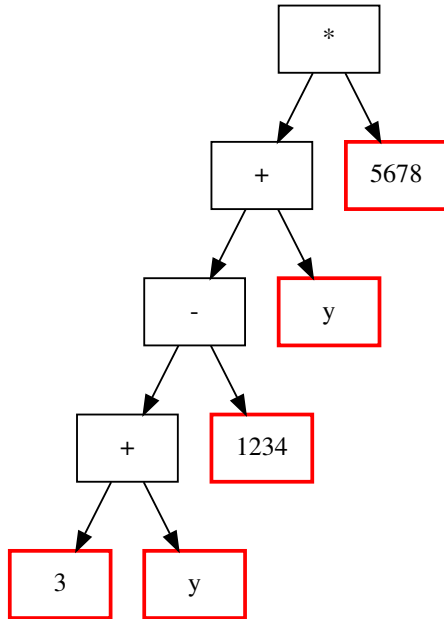
Out[34]:



```
In [35]: 1 E1,_ = analizza("(((3+y)-1234)+y)*5678")
2         print(E1.calcola(env))
3         E1.show()
4
5
```

-6762498

Out[35]:



cosa possiamo fare con una rappresentazione 'simbolica' di una espressione?

- semplificazione
- derivazione
- ...

```
In [36]: 1 %%add_to Espressione
2         def __eq__(self, other):
3             return ( isinstance(other, Espressione)
4                     and
5                       self._operatore == other._operatore
6                     and
7                       self._argomento1 == other._argomento1
8                     and
9                       self._argomento2 == other._argomento2
10                    )
```

```
In [37]: 1 %%add_to Numero
2         def __eq__(self, other):
3             return ( isinstance(other, Numero)
4                     and
5                       self._valore == other._valore)
```



```
In [38]: ▾ 1 %%add_to Variabile
2 def __eq__(self, other):
3     return ( isinstance(other, Variabile)
4             and
5             self._nome == other._nome)
```

```
In [39]: 1 analizza('(x+3)') == analizza('(x-3)')
```

Out[39]: False

```
In [40]: ▾ 1 %%add_to Numero
2 def semplifica(self):
3     return Numero(self._valore)
```

```
In [41]: ▾ 1 %%add_to Variabile
2 def semplifica(self):
3     return Variabile(self._nome)
```

In [42]:

```
1 %%add_to Espressione
2 def semplifica(self):
3     arg1 = self._argomento1.semplifica()
4     arg2 = self._argomento2.semplifica()
5
6     # FIXME:
7     # se i due argomenti sono numeri posso direttamente calcolare il valore
8     if isinstance(arg1, Numero) and isinstance(arg2, Numero):
9         E = Espressione(arg1, self._operatore, arg2)
10        return Numero(E.calcola({}))
11
12    if self._operatore == '+':
13        if arg1 == Numero(0):
14            return arg2
15        if arg2 == Numero(0):
16            return arg1
17    if self._operatore == '-':
18        if arg2 == Numero(0):
19            return arg1
20    if self._operatore == '*':
21        if arg1 == Numero(0):
22            return Numero(0)
23        if arg2 == Numero(0):
24            return Numero(0)
25        if arg1 == Numero(1):
26            return arg2
27        if arg2 == Numero(1):
28            return arg1
29    if self._operatore == '/':
30        if arg1 == Numero(0) and arg2 != Numero(0):
31            return Numero(0)
32        if arg2 == Numero(0):
33            raise DivisionePerZeroError()
34        if arg2 == Numero(1):
35            return arg1
36    if self._operatore == '^':
37        if arg2 == Numero(1):
38            return arg1
39        if arg2 == Numero(0):
40            return Numero(1)
41        if arg1 == Numero(1):
42            return Numero(1)
43        if arg1 == Numero(0):
44            return Numero(0)
45    return Espressione(arg1, self._operatore, arg2)
46
47
```

In [43]:

```
1 E,_ = analizza('(3^(1+2))')
2 E.semplifica().show()
```

Out[43]:

27