

Controllo di sequenza: espressioni e comandi

1

Contenuti

- ▶ espressioni pure (senza blocchi e funzioni)
 - ▶ regola di valutazione, operazioni strette e non strette
- ▶ un frammento di linguaggio funzionale
 - ▶ semantica denotazionale
 - ▶ semantica operazionale
 - ▶ interprete iterativo
- ▶ comandi puri (senza blocchi e sottoprogrammi)
 - ▶ semantica dell'assegnamento
- ▶ un frammento di linguaggio imperativo
 - ▶ semantica denotazionale
 - ▶ semantica operazionale
 - ▶ interprete iterativo

2

Espressioni in sintassi astratta

- ▶ alberi etichettati
 - ▶ nodi
 - applicazioni di funzioni (operazioni primitive)
 - i cui operandi sono i sottoalberi
 - ▶ foglie
 - costanti o variabili (riferimenti a dati)
- ▶ il più semplice meccanismo per comporre operazioni
 - ▶ preso direttamente dalla matematica
- ▶ solo *espressioni pure*, che non contengono
 - ▶ definizioni di funzione (λ -astrazione)
 - ▶ applicazioni di funzione
 - ▶ introduzione di nuovi nomi (blocco)
- ▶ l'unico problema semantico interessante che riguarda la valutazione delle espressioni pure è quello della *regola di valutazione*

3

Le operazioni come funzioni

- ▶ le operazioni primitive sono in generale *funzioni parziali*
 - ▶ indefinite per alcuni valori degli input
 - errori “hardware”
 - overflow, divisione per zero
 - errori rilevati dal supporto a run time
 - errori di tipo a run time, accessi errati ad array, accessi a variabili non inizializzate, esaurimento memoria libera
 - ▶ nei linguaggi moderni tutti questi casi provocano il sollevamento di una eccezione
 - che può essere catturata ed eventualmente gestita
- ▶ alcune operazioni primitive sono *funzioni non strette*
 - ▶ una funzione è non stretta sul suo i -esimo operando, se ha un valore definito quando viene applicata ad una n -upla di valori, di cui l' i -esimo è indefinito

4

Espressioni: regole di valutazione

- ▶ regola interna
 - ▶ prima di applicare l'operatore, si valutano tutti i sottoalberi (sottoespressioni)
- ▶ regola esterna
 - ▶ è l'operatore che richiede la valutazione dei sottoalberi, se necessario
- ▶ le due regole di valutazione possono dare semantiche diverse
 - ▶ se qualcuna delle sottoespressioni ha valore “indefinito”
 - errore, non terminazione, sollevamento di una eccezione, ...
 - ▶ e l'operatore è non stretto
 - può calcolare un valore senza aver bisogno del valore di tutti gli operandi
 - quindi, può essere definito anche se qualcuno degli operandi è indefinito
- ▶ esempi di tipiche operazioni primitive non strette
 - ▶ condizionale
 - ▶ or, and
- ▶ è molto utile avere la possibilità di definire funzioni (astrazioni procedurali) non strette
 - ▶ sarà un problema risolto con tecniche opportune di passaggio dei parametri (passaggio per nome)

5

Una operazione non stretta: il condizionale

- ```
if x = 0 then y else y/x
```
- ▶ in sintassi astratta

```
ifthenelse(=(x,0), y, /(y,x))
```

  - ▶ usando la regola interna, valuto tutti e tre gli operandi
    - ▶ se  $x$  vale 0, la valutazione del terzo operando dà origine ad un errore
    - ▶ l'intera espressione ha valore indefinito
  - ▶ usando la regola esterna, valuto solo il primo operando
    - ▶ se  $x$  vale 0, valuto il secondo operando
    - ▶ il terzo operando non viene valutato e l'intera espressione ha un valore definito

6

## Una operazione non stretta: l'or

- ```
true or "expr1"
```
- ▶ in sintassi astratta

```
or(true, "expr1")
```

 - ▶ usando la regola interna, valuto tutti e due gli operandi
 - ▶ se la valutazione del secondo operando dà origine ad un errore, l'intera espressione ha valore indefinito
 - ▶ in ogni caso, la valutazione di "expr1" è inutile!
 - ▶ usando la regola esterna, valuto il primo operando
 - ▶ se questo vale true, non devo fare altro, ed il risultato è true qualunque sia il valore (anche indefinito) di "expr1"
 - ▶ altrimenti viene valutato "expr1"

7

Regola esterna vs. regola interna

- ▶ la regola esterna
 - ▶ è sempre corretta
 - ▶ è più complessa da implementare, perché ogni operazione deve avere la propria “politica”
 - ▶ è necessaria in pochi casi, per le operazioni primitive
 - sono poche le operazioni primitive non strette
- ▶ la regola interna
 - ▶ non è in generale corretta per le operazioni non strette
 - ▶ è banale da implementare
- ▶ la soluzione più ragionevole
 - ▶ regola interna per la maggior parte delle operazioni
 - ▶ regola esterna per le poche primitive non strette

8

Frammento funzionale: sintassi

```

type ide = string
type exp =
  | Eint of int
  | Ebool of bool
  | Den of ide
  | Prod of exp * exp
  | Sum of exp * exp
  | Diff of exp * exp
  | Eq of exp * exp
  | Minus of exp
  | Iszero of exp
  | Or of exp * exp
  | And of exp * exp
  | Not of exp
  | Ifthenelse of exp * exp * exp

```

9

Domini semantici (denotazionale)

```

type eval =
  | Int of int
  | Bool of bool
  | Unbound

♦ l'implementazione funzionale dell'ambiente

module Funenv:ENV =
  struct
    type 't env = string -> 't
    let emptyenv(x) = function y -> x
    let applyenv(x,y) = x y
    let bind((r: 'a env), (l:string), (e:'a)) =
      function lu -> if lu = l then e else applyenv(r,lu)
    ...
  end

```

10

Le operazioni primitive 1

```

let typecheck (x, y) = match x with
  | "int" -> (match y with
    | Int(u) -> true
    | _ -> false)
  | "bool" -> (match y with
    | Bool(u) -> true
    | _ -> false)
  | _ -> failwith ("not a valid type")

let minus x = if typecheck("int",x) then (match x with Int(y) -> Int(-y) )
  else failwith ("type error")

let iszero x = if typecheck("int",x) then (match x with Int(y) -> Bool(y=0) )
  else failwith ("type error")

let equ (x,y) = if typecheck("int",x) & typecheck("int",y)
  then (match (x,y) with (Int(u), Int(w)) -> Bool(u = w))
  else failwith ("type error")

let plus (x,y) = if typecheck("int",x) & typecheck("int",y)
  then (match (x,y) with (Int(u), Int(w)) -> Int(u+w))
  else failwith ("type error")

```

11

Le operazioni primitive 2

```

let diff (x,y) = if typecheck("int",x) & typecheck("int",y)
  then (match (x,y) with (Int(u), Int(w)) -> Int(u-w))
  else failwith ("type error")

let mult (x,y) = if typecheck("int",x) & typecheck("int",y)
  then (match (x,y) with (Int(u), Int(w)) -> Int(u*w))
  else failwith ("type error")

let et (x,y) = if typecheck("bool",x) & typecheck("bool",y)
  then (match (x,y) with (Bool(u), Bool(w)) -> Bool(u & w))
  else failwith ("type error")

let vel (x,y) = if typecheck("bool",x) & typecheck("bool",y)
  then (match (x,y) with (Bool(u), Bool(w)) -> Bool(u or w))
  else failwith ("type error")

let non x = if typecheck("bool",x)
  then (match x with Bool(y) -> Bool(not y) )
  else failwith ("type error")

```

12

La semantica denotazionale

```
let rec sem (e:exp) (r:eval env) =
  match e with
  | Eint(n) -> Int(n)
  | Ebool(b) -> Bool(b)
  | Den(i) -> applyenv(r,i)
  | Iszero(a) -> iszero((sem a r))
  | Eq(a,b) -> equ((sem a r), (sem b r))
  | Prod(a,b) -> mult((sem a r), (sem b r))
  | Sum(a,b) -> plus((sem a r), (sem b r))
  | Diff(a,b) -> diff((sem a r), (sem b r))
  | Minus(a) -> minus((sem a r))
  | And(a,b) -> et((sem a r), (sem b r))
  | Or(a,b) -> vel((sem a r), (sem b r))
  | Not(a) -> non((sem a r))
  | Ifthenelse(a,b,c) -> let g = sem a r in
    if typecheck("bool",g) then
      (if g = Bool(true) then sem b r else sem c r)
    else failwith ("nonboolean guard")
  val sem : exp -> eval Funenv.env -> eval = <fun>
```

13

La semantica: commenti

```
...
| And(a,b) -> et((sem a r), (sem b r))
| Or(a,b) -> vel((sem a r), (sem b r))
► And e Or interpretati come funzioni strette
...
| Ifthenelse(a,b,c) -> let g = sem a r in
  if typecheck("bool",g) then
    (if g = Bool(true) then sem b r else sem c r)
  else failwith ("nonboolean guard")
► condizionale interpretato (ovviamente!) come funzione non stretta
val sem : exp -> eval Funenv.env -> eval = <fun>
► può essere applicata al solo programma
# sem (Prod(Sum(Eint 5,Eint 3),Diff(Eint 5,Eint 1))) (emptyenv Unbound);
- : eval = Int 32
# sem (Prod(Sum(Eint 5,Eint 3),Diff(Eint 5,Eint 1)));
- : eval Funenv.env -> eval = <fun>
# sem (Prod(Sum(Den "x",Eint 3),Diff(Den "y",Eint 1)));
- : eval Funenv.env -> eval = <fun>
```

14

La semantica operazionale

- stessi domini semanticci della semantica denotazionale
 - non ci sono funzioni
 - stesse operazioni primitive
 - cambia solo la funzione di valutazione semantica
da
- ```
 val sem : exp -> eval Funenv.env -> eval = <fun>
 a
 val sem : exp * eval Funenv.env -> eval = <fun>
```

15

## La semantica operazionale

```
let rec sem ((e:exp), (r:eval env)) =
 match e with
 | Eint(n) -> Int(n)
 | Ebool(b) -> Bool(b)
 | Den(i) -> applyenv(r,i)
 | Iszero(a) -> iszero(sem(a, r))
 | Eq(a,b) -> equ(sem(a, r),sem(b, r))
 | Prod(a,b) -> mult(sem(a, r), sem(b, r))
 | Sum(a,b) -> plus(sem(a, r), sem(b, r))
 | Diff(a,b) -> diff(sem(a, r), sem(b, r))
 | Minus(a) -> minus(sem(a, r))
 | And(a,b) -> et(sem(a, r), sem(b, r))
 | Or(a,b) -> vel(sem(a, r), sem(b, r))
 | Not(a) -> non(sem(a, r))
 | Ifthenelse(a,b,c) -> let g = sem(a, r) in
 if typecheck("bool",g) then
 (if g = Bool(true) then sem(b, r) else sem(c, r))
 else failwith ("nonboolean guard")
 val sem : exp * eval Funenv.env -> eval = <fun>
```

16

# La semantica operazionale è un interprete!

```

let rec sem ((e:exp), (r:eval env)) =
 match e with

 | Prod(a,b) -> mult(sem(a, r), sem(b, r))

 | Ifthenelse(a,b,c) -> let g = sem(a, r) in
 if typecheck("bool",g) then
 (if g = Bool(true) then sem(b, r) else sem(c, r))
 else failwith ("nonboolean guard")
val sem : exp * eval Funenv.env -> eval = <fun>

```

- ▶ definito in modo ricorsivo
  - ▶ utilizzando la ricorsione del metalinguaggio (linguaggio di implementazione)
- ▶ eliminando la ricorsione dall'interprete
  - ▶ ne otteniamo una versione più a basso livello
  - ▶ più vicina ad una "vera" implementazione

17

# Come eliminiamo la ricorsione

- ▶ la funzione ricorsiva `sem` ha due argomenti
  - ▶ l'espressione
  - ▶ l'ambiente
- ▶ calcola un risultato
  - ▶ un eval
- ▶ l'ambiente non viene mai modificato nelle chiamate ricorsive
- ▶ l'informazione da memorizzare in opportune pile per simulare la ricorsione è dunque
  - ▶ la (sotto)-espressione
  - ▶ il valore (eval) calcolato per la sotto-espressione
- ▶ una pila di espressioni etichettate
  - ▶ ad ogni istante, contiene l'informazione su "quello che deve ancora essere valutato"
  - ▶ continuation
- ▶ una pila di eval
  - ▶ ad ogni istante, contiene i risultati temporanei
  - ▶ tempstack
- ▶ vediamo l'algoritmo su un esempio
  - ▶ colori come etichette
  - ▶ sintassi "normale"

19

# Eliminare la ricorsione

```

let rec sem ((e:exp), (r:eval env)) =
 match e with

 | Prod(a,b) -> mult(sem(a, r), sem(b, r))

 | Ifthenelse(a,b,c) -> let g = sem(a, r) in
 if typecheck("bool",g) then
 (if g = Bool(true) then sem(b, r) else sem(c, r))
 else failwith ("nonboolean guard")

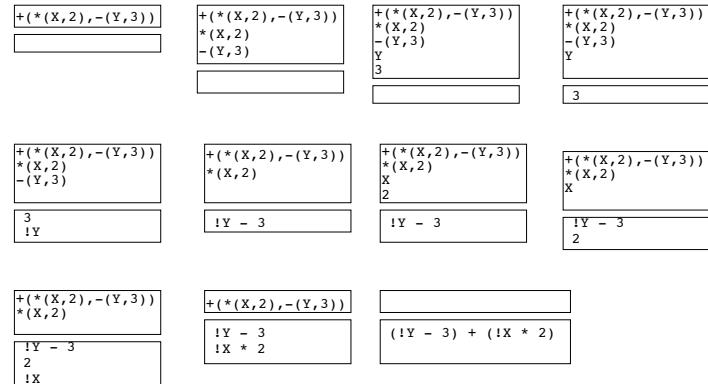
```

- ▶ la ricorsione può essere rimpiazzata con l'iterazione
  - ▶ in generale sono necessarie delle pile
  - ▶ a meno di definizioni ricorsive con una struttura molto semplice (tail recursion)
- ▶ la struttura ricorsiva di `sem` ripropone quella del dominio sintattico delle espressioni (composizionalità)
  - ▶ il dominio delle espressioni non è tail recursive
  - ▶ type `exp` = .... | Prod of `exp * exp` | ...
  - ▶ per eliminare la ricorsione servono delle pile

18

# La valutazione di una espressione

$+(*(X, 2), -(Y, 3))$



20

## Le strutture dell'interprete iterativo

```

let cframesize = 20
let tframesize = 20

type labeledconstruct =
| Expr1 of exp
| Expr2 of exp

let (continuation: labeledconstruct stack) =
 emptystack(cframesize,Expr1(Eint(0)))

let (tempstack: eval stack) =
 emptystack(tframesize,Unbound)

▶ una pila di espressioni etichettate
 ▶ ad ogni istante, contiene l'informazione su "quello che deve ancora essere valutato"
 ▶ continuation
▶ una pila di eval
 ▶ ad ogni istante, contiene i risultati temporanei
 ▶ tempstack

```

21

## L'interprete iterativo 2

```

| Expr2(x) ->
 (pop(continuation); (match x with
 | Eint(n) -> push(Int(n),tempstack)
 | Ebool(b) -> push(Bool(b),tempstack)
 | Den(i) -> push(applyenv(rho,i),tempstack)
 | Iszero(a) -> let arg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(iszero(arg),tempstack)
 | Eq(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(eq(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Prod(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(mult(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Sum(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(plus(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Diff(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(diff(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Minus(a) -> let arg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(minus(arg),tempstack)
 | And(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(et(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Or(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(or(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Not(a) -> let arg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(not(arg),tempstack)
 | Ifthenelse(a,b,c) -> let arg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 if typecheck("bool",arg) then
 (if arg = Bool(true) then push(Expr1(b),continuation)
 else push(Expr1(c),continuation))
 else failwith ("type error"))
 done;
 let valore= top(tempstack) in pop(tempstack); valore;;
val sem : exp * eval Funenv.env -> eval = <fun>

```

23

## L'interprete iterativo 1

```

let sem ((e:exp), (rho:eval env)) =
 push(Expr1(e), continuation);
 while not(empty(continuation)) do
 (match top(continuation) with
 | Expr1(x) ->
 (pop(continuation); push(Expr2(x),continuation));
 (match x with
 | Iszero(a) -> push(Expr1(a),continuation)
 | Eq(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Prod(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Sum(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Diff(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Minus(a) -> push(Expr1(a),continuation)
 | And(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Or(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Not(a) -> push(Expr1(a),continuation)
 | Ifthenelse(a,b,c) -> push(Expr1(a),continuation)
 | _ -> ()))

```

22

## Effetti laterali, comandi ed espressioni pure

- ▶ assumiamo che continuino ad esistere le espressioni
  - ▶ diverse dai comandi perché la loro semantica
    - non modifica lo store (non produce effetti laterali)
    - restituisce un valore (eval)
- ▶ tale approccio non è quello di C
  - ▶ in cui quasi ogni costrutto può restituire un valore e modificare lo stato
- ▶ la distinzione (semantica) tra espressioni e comandi è difficile da mantenere se si permette che comandi possano occorrere all'interno di espressioni (Java, ML), soprattutto in presenza di "operazioni definite dal programmatore" (funzioni)
- ▶ nel linguaggio didattico, forzeremo questa distinzione
  - ▶ permettendo "effetti laterali" solo in alcuni costrutti
  - ▶ che avranno una semantica diversa
- ▶ tali costrutti non esistono nel "frammento puro"

24

## Un frammento di linguaggio imperativo: domini sintattici

```

type ide = string
type exp =
 | Eint of int
 | Ebool of bool
 | Den of ide
 | Prod of exp * exp
 | Sum of exp * exp
 | Diff of exp * exp
 | Eq of exp * exp
 | Minus of exp
 | Iszero of exp
 | Or of exp * exp
 | And of exp * exp
 | Not of exp
 | Ifthenelse of exp * exp * exp
 | Val of exp

type com =
 | Assign of exp * exp
 | Cifthenelse of exp * com list * com list
 | While of exp * com list

```

25

## Il dominio store

- simile all'ambiente (polimorfo)

```

module type STORE =
sig
 type 't store
 type loc
 val emptystore : 't -> 't store
 val allocate : 't store * 't -> loc * 't store
 val update : 't store * loc * 't -> 't store
 val applystore : 't store * loc -> 't
end

module Funstore:STORE =
struct
 type loc = int
 type 't store = loc -> 't
 let (newloc,initloc) = let count = ref(-1) in
 (fun () -> count := !count +1; !count),
 (fun () -> count := -1)
 let emptystore(x) = initloc(); function y -> x
 let applystore(x,y) = x y
 let allocate((r: 'a store), (e:'a)) = let l = newloc() in
 (l, function lu -> if lu = l then e else applystore(r,lu))
 let update((t: 'a store), (l:loc), (e:'a)) =
 function lu -> if lu = l then e else applystore(t,lu)
end

```

27

## Domini semantici

- serve, oltre all'ambiente, la memoria
- ai domini semantici dei valori si aggiungono le locazioni
  - che decidiamo non essere né esprimibili né memorizzabili
- tre domini distinti: eval, dval, mval
  - con operazioni di "conversione"
  - esiste una funzione di valutazione semantica (semden) che calcola un dval invece che un eval

26

## I domini dei valori

```

exception Nonstorable
exception Nonexpressible
type eval = | Int of int
 | Bool of bool
 | Novalue
type dval = | Dint of int
 | Dbool of bool
 | Unbound
 | Dloc of loc
type mval = | Mint of int
 | Mbool of bool
 | Undefined
let evaltomval e = match e with
 | In n -> Mint n
 | Bool n -> Mbool n
 | _ -> raise Nonstorable
let mvaltoeval m = match m with
 | Int n -> Int n
 | Mbool n -> Bool n
 | _ -> Novalue
let evaltdoval e = match e with
 | Int n -> Dint n
 | Bool n -> Dbool n
 | Novalue -> Unbound
let dvaltoeval e = match e with
 | Dint n -> Int n
 | Dbool n -> Bool n
 | Dloc n -> raise Nonexpressible
 | Unbound -> Novalue

```

28

## Semantica denotazionale: espressioni

```

let rec sem (e:exp) (r:dval env) (s: mval store) =
 match e with
 | Eint(n) -> Int(n)
 | Ebool(b) -> Bool(b)
 | Den(i) -> dvaltoeval(applenv(r,i))
 | Iszero(a) -> iszero((sem a r s))
 | Eq(a,b) -> equ((sem a r s) ,(sem b r s))
 | Prod(a,b) -> mult ((sem a r s), (sem b r s))
 | Sum(a,b) -> plus ((sem a r s), (sem b r s))
 | Diff(a,b) -> diff ((sem a r s), (sem b r s))
 | Minus(a) -> minus((sem a r s))
 | And(a,b) -> et ((sem a r s), (sem b r s))
 | Or(a,b) -> vel ((sem a r s), (sem b r s))
 | Not(a) -> non((sem a r s))
 | Ifthenelse(a,b,c) ->
 let g = sem a r s in
 if typecheck("bool",g) then
 (if g = Bool(true)
 then sem b r s
 else sem c r s)
 else failwith ("nonboolean guard")
 | Val(e) -> match semden e r s with
 | Dloc n -> mvaltoeval(applstore(s, n))
 | _ -> failwith("not a variable")

and semden (e:exp) (r:dval env) (s: mval store) = match e with
 | Den(i) -> applenv(r,i)
 | _ -> evaltdval(sem e r s)

val sem : exp -> dval Funenv.env -> mval Funstore.store -> eval = <fun>
val semden : exp -> dval Funenv.env -> mval Funstore.store -> dval = <fun>

```

29

## Semantica denotazionale: comandi

```

let rec semc (c: com) (r:dval env) (s: mval store) = match c with
 | Assign(e1, e2) -> (match semden e1 r s with
 | Dloc(n) -> update(s, n, evaltdval(sem e2 r s))
 | _ -> failwith ("wrong location in assignment"))

 | Cifthenelse(e, c1, c2) -> let g = sem e r s in
 if typecheck("bool",g) then
 (if g = Bool(true) then semc c1 r s else semc c2 r s)
 else failwith ("nonboolean guard")

 | While(e, cl) ->
 let functional ((fi: mval store -> mval store)) =
 function sigma ->
 let g = sem e r sigma in
 if typecheck("bool",g) then
 (if g = Bool(true) then fi(semcl cl r sigma) else sigma)
 else failwith ("nonboolean guard")
 in
 let rec ssfix = function x -> functional ssfix x in ssfix(s)

and semcl cl r s = match cl with
 | [] -> s
 | c::cl1 -> semcl cl1 r (semc c r s)

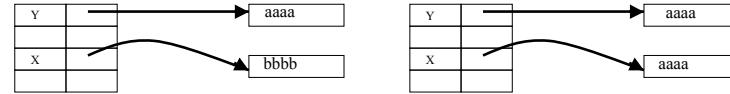
val semc : com -> dval Funenv.env -> mval Funstore.store -> mval Funstore.store = <fun>
val semcl : com list -> dval Funenv.env -> mval Funstore.store -> mval Funstore.store = <fun>

```

31

## Semantica dell'assegnamento

- l'assegnamento coinvolge sia l'ambiente che la memoria
- vediamone il comportamento considerando l'assegnamento  $X := Y$ 
  - $Assign(Den "X", Val "Y")$
  - dove sia  $X$  che  $Y$  sono variabili



- l'assegnamento fa "copiare" un valore nella memoria e non modifica l'ambiente
- quando i valori sono strutture dati modificabili
  - s-espressioni in LISP, arrays in ML, oggetti in Java
  - il valore è in realtà un puntatore
- l'effetto è che i valori sono in effetti condivisi tra  $X$  ed  $Y$  e che le modifiche di uno si ripercuotono sull'altro
  - l'assegnamento crea aliasing

30

## Semantica denotazionale: esempio

```

let ex = [While(Not(Eq(Val(Den "z"), Eint 0)),
 [Assign(Den "w", Prod(Val(Den "w"), Val(Den "z"))),
 Assign(Den "z", Diff(Val(Den "z"), Eint 1))])];
val ex : com list =
[While
 (Not (Eq (Val (Den "z"), Eint 0)),
 [Assign (Den "w", Prod (Val (Den "w"), Val (Den "z")));
 Assign (Den "z", Diff (Val (Den "z"), Eint 1)))]]

let den = semcl ex;;
val den : dval Funenv.env -> mval Funstore.store -> mval Funstore.store = <fun>
let (l1,sigma1) = allocate(emptystore(Undefined), Mint 4);;
val l1 : Funstore.loc = <abstr>
val sigma1 : mval Funstore.store = <abstr>
let rho1 = bind (emptyenv(Unbound), "z", Dloc l1);;
val rho1 : dval Funenv.env = <abstr>
let (l2,sigma2) = allocate(sigma1, Mint 1);;
val l2 : Funstore.loc = <abstr>
val sigma2 : mval Funstore.store = <abstr>
let rho2 = bind (rho1, "w", Dloc l2);;
val rho2 : dval Funenv.env = <abstr>
let sigma3 = semcl ex rho2 sigma2;;
val sigma3 : mval Funstore.store = <abstr>
let sigma4 = den rho2 sigma2;;
val sigma4 : mval Funstore.store = <abstr>
sem (Val(Den "z")) rho2 sigma3;;
- : eval = Int 0
sem (Val(Den "w")) rho2 sigma3;;
- : eval = Int 24
sem (Val(Den "z")) rho2 sigma4;;
- : eval = Int 0
sem (Val(Den "w")) rho2 sigma4;;
- : eval = Int 24

```

32

## Semantica operazionale: espressioni

```

let rec sem ((e:exp), (r:dval env), (s: mval store)) =
 match e with
 | Eint(n) -> Int(n)
 | Ebool(b) -> Bool(b)
 | Den(i) -> dvaltoeval(applenv(r,i))
 | Iszero(a) -> iszero(sem(a, r, s))
 | Eq(a,b) -> equ(sem(a, r, s), sem(b, r, s))
 | Prod(a,b) -> mult (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
 | Sum(a,b) -> plus (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
 | Diff(a,b) -> diff (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
 | Minus(a) -> minus(sem(a, r, s))
 | And(a,b) -> et (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
 | Or(a,b) -> vel (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
 | Not(a) -> non(sem(a, r, s))
 | Ifthenelse(a,b,c) ->
 let g = sem(a, r, s) in
 if typecheck("bool",g) then
 (if g = Bool(true) then
 then sem(b, r, s)
 else sem(c, r, s))
 else failwith ("nonboolean guard")
 | Val(e) -> match semden(e, r, s) with
 | Dloc n -> mvaltoeval(applystore(s, n))
 | _ -> failwith("not a variable")

and semden ((e:exp), (r:dval env), (s: mval store)) = match e with
 | Den(i) -> applenv(r,i)
 | _ -> evaltoeval(sem(e, r, s))

val sem : exp * dval Funenv.env * mval Funstore.store -> eval = <fun>
val semden : exp * dval Funenv.env * mval Funstore.store -> dval = <fun>

```

33

## Semantica operazionale: comandi

```

let rec semc((c: com), (r:dval env), (s: mval store)) = match c with
 | Assign(e1, e2) ->
 (match semden(e1, r, s) with
 | Dloc(n) -> update(s, n, evaltoval(sem(e2, r, s)))
 | _ -> failwith ("wrong location in assignment"))

 | Cifthenelse(e, cl1, cl2) -> let g = sem(e, r, s) in
 if typecheck("bool",g) then
 (if g = Bool(true) then semcl(cl1, r, s) else semcl (cl2, r, s))
 else failwith ("nonboolean guard")

 | While(e, cl) -> let g = sem(e, r, s) in
 if typecheck("bool",g) then
 (if g = Bool(true) then semcl((cl @ [While(e, cl)]), r, s)
 else s)
 else failwith ("nonboolean guard")

and semcl(cl, r, s) = match cl with
 | [] -> s
 | c::cl1 -> semcl(cl1, r, semc(c, r, s))

val semc : com * dval Funenv.env * mval Funstore.store -> mval Funstore.store = <fun>
val semcl : com list * dval Funenv.env * mval Funstore.store -> mval Funstore.store = <fun>

```

34

## Eliminare la ricorsione

- ▶ per le espressioni, bisogna prevedere il caso in cui il valore è un dval
  - ▶ nuova pila di valori denotabili temporanei
  - ▶ diverse etichette per le espressioni
- ▶ per i comandi, la ricorsione può essere rimpiazzata con l'iterazione senza utilizzare pile ulteriori
- ▶ il dominio dei comandi è “quasi” tail recursive
 

```

type com =
 | Assign of exp * exp
 | Cifthenelse of exp * com list * com list
 | While of exp * com list

```

  - ▶ non è mai necessario valutare i due rami del condizionale
  - ▶ si può utilizzare la struttura sintattica (lista di comandi) per mantenere l'informazione su quello che si deve ancora valutare
    - basta una unica cella
    - che possiamo “integrare” nella pila di espressioni etichettate
- ▶ il valore restituito dalla funzione di valutazione semantica dei comandi (uno store!) può essere gestito come aggiornamento di una “variabile globale” di tipo store

35

## Le strutture dell'interprete iterativo

```

let cframesize = 20
let tframesize = 20
let tdframesize = 20

type labeledconstruct =
 | Expr1 of exp
 | Expr2 of exp
 | Exprd1 of exp
 | Exprd2 of exp
 | Coml of com
 | Com2 of com
 | Coml of labeledconstruct list

let (continuation: labeledconstruct stack) = emptystack(cframesize,Expr1(Eint(0)))

let (tempstack: eval stack) = emptystack(tframesize,Novalue)

let (tempdstack: dval stack) = emptystack(tdframesize,Unbound)

let globalstore = ref(emptystore(Undefined))

let labelcom (dl: com list) = let dlr = ref(dl) in
 let ldir = ref([]) in
 while not (!ldir = []) do
 let i = List.hd !ldir in
 ldir := List.tl !ldir;
 dlr := List.tl !dlr;
 done;
 Coml(lldlr)
done;
Coml(lldlr)

```

36

## L'interprete iterativo 1

```
let itsem (rho:dval env) =
 (match top(continuation) with
 | Expr(x) ->
 (pop(continuation); push(Expr2(x),continuation));
 | match x with
 | Iszero(a) -> push(Expr1(a),continuation)
 | Eq(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Prod(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Sum(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Diff(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Minus(a) -> push(Expr1(a),continuation)
 | And(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Or(a,b) -> push(Expr1(a),continuation); push(Expr1(b),continuation)
 | Not(a) -> push(Expr1(a),continuation)
 | Ifthenelse(a,b,c) -> push(Expr1(a),continuation)
 | Val(a) -> push(Exprd1(a),continuation)
 | _ -> ()))

```

37

## L'interprete iterativo 3

```
let itsemden(rho) =
 (match top(continuation) with
 | Exprd1(x) -> (pop(continuation); push(Exprd2(x),continuation));
 | match x with
 | Den i -> ()
 | _ -> push(Expr1(x), continuation))
 | Exprd2(x) -> (pop(continuation); match x with
 | Den i -> push(applenv(rho,i), tempdstack)
 | _ -> let arg = top(tempstack) in pop(tempstack);
 push(evaltdoval(arg), tempdstack))
 | _ -> failwith("No more cases for semden"))
val itsemden : dval Funenv.env -> unit = <fun>
```

39

## L'interprete iterativo 2

```
| Expr2(x) ->
 (pop(continuation); (match x with
 | Eint(n) -> push(Int(n),tempstack)
 | Ebool(b) -> push(Bool(b),tempstack)
 | Den(i) -> push(dvaltoeval(applenv(rho,i)),tempstack)
 | Iszero(a) -> let arg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(iszero(arg),tempstack)
 | Eq(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(eq(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Prod(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(mult(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Sum(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(plus(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Diff(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(diff(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Minus(a) -> let arg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(minus(arg),tempstack)
 | And(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(mult(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Or(a,b) -> let firstarg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 let sndarg=top(tempstack) in pop(tempstack); push(or(firstarg,sndarg),tempstack)
 | Not(a) -> let arg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 if typecheck("bool",arg) then
 (if arg = Bool(true) then push(Expr1(b),continuation)
 else push(Expr1(c),continuation))
 else failwith ("type error"))
 | Ifthenelse(a,b,c) -> let arg=top(tempstack) in pop(tempstack);
 if typecheck("bool",arg) then
 (if arg = Bool(true) then push(Expr1(b),continuation)
 else push(Expr1(c),continuation))
 else failwith ("type error"))
 | Val(e) -> let v = top(tempdstack) in pop(tempdstack);
 (match v with
 | Dloc n -> push(mvaltoeval(applystore(!globalstore, n)), tempstack)
 | _ -> failwith("not a variable"))
 | _ -> failwith("no more cases for semexpr"))
)
 val itsem : dval Funenv.env -> unit = <fun>
```

38

## L'interprete iterativo 4

```
let itsemcl (rho: dval env) =
 let cl = (match top(continuation) with
 | Coml(dli) -> dli
 | _ -> failwith("impossible in semdecl")) in
 if cl = [] then pop(continuation) else
 (let currcl = List.hd cl in let newcl = List.tl cl in pop(continuation); push(Coml(newcl),continuation);
 (match currcl with
 | Coml(Assign(e1, e2)) -> pop(continuation); push(Coml(Com2(Assign(e1, e2)::newcl),continuation));
 push(Exprd1(e1), continuation); push(Expr1(e2), continuation)
 | Coml(Assign(e1, e2)) -> let arg2 = evaltovmval(top(tempstack)) in pop(tempstack);
 let arg1 = top(tempstack) in pop(tempstack); (match arg1 with
 | Dloc(n) -> globalstore := update(!globalstore, n, arg2)
 | _ -> failwith ("wrong location in assignment"))
 | Coml(While(e, cl)) -> pop(continuation); push(Coml(Com2(While(e, cl)::newcl),continuation));
 push(Expr1(e), continuation)
 | Com2(While(e, cl)) -> let g = top(tempstack) in pop(tempstack);
 if typecheck("bool",g) then (if g = Bool(true) then (let old = newcl in let newcl =
 (match labelcon cl with
 | Coml newl -> newl
 | _ -> failwith("impossible in while")) in
 let nuovo = Coml(newl @ [Coml(While(e, cl)) @ old]) in pop(continuation); push(nuovo,continuation))
 else () else failwith ("nonboolean guard")
 | Com1(Cifthenelse(e, cl1, cl2)) -> pop(continuation);
 push(Coml(Com2(Cifthenelse(e, cl1, cl2)::newcl),continuation); push(Expr1(e), continuation)
 | Com2(Cifthenelse(e, cl1, cl2)) -> let g = top(tempstack) in pop(tempstack);
 if typecheck("bool",g) then (let temp = if g = Bool(true) then
 labelcon (cl1) else labelcon (cl2) in let newl = (match temp with
 | Coml newl -> newl
 | _ -> failwith("impossible in cifthenelse")) in
 let nuovo = Coml(newl @ [newcl]) in pop(continuation); push(nuovo,continuation))
 else failwith ("nonboolean guard")
 | _ -> failwith("no more sensible cases in commands"))
)
 val itsemcl : dval Funenv.env -> unit = <fun>
```

40

## L'interprete iterativo 5

```
let initstate() = svuota(continuation); svuota(tempstack)
val initstate : unit -> unit = <fun>

let loop (rho) =
 while not(empty(continuation)) do
 let currconstr = top(continuation) in (match currconstr with
 | Expr1(e) -> itsem(rho)
 | Expr2(e) -> itsem(rho)
 | Exprd1(e) -> itsemden(rho)
 | Exprd2(e) -> itsemden(rho)
 | Coml(cl) -> itsemcl(rho)
 | _ -> failwith("non legal construct in loop"))
 done
val loop : dval Funenv.env -> unit = <fun>

let sem (e,(r: dval env), (s: mval store)) = initstate();
 globalstore := s; push(Expr1(e), continuation);
 loop(r); let valore= top(tempstack) in pop(tempstack);
 valore
val sem : exp * dval Funenv.env * mval Funstore.store -> eval = <fun>

let semden (e,(r: dval env), (s: mval store)) = initstate();
 globalstore := s; push(Exprd1(e), continuation);
 loop(r); let valore= top(tempdstack) in pop(tempdstack);
 valore
val semden : exp * dval Funenv.env * mval Funstore.store -> dval = <fun>

let semcl (cl,(r: dval env), (s: mval store)) = initstate();
 globalstore := s; push(labelcom(cl), continuation);
 loop(r); !globalstore
val semcl : com list * dval Funenv.env * mval Funstore.store -> mval Funstore.store = <fun>
```