Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale)

Nome e Cognome: Matricola: Anno di corso:

Es 1. Sia $A = \{2, \{2, 7, 5\}, 4, (1, 2, 3), 3\}$. Allora:

A□. $\{5\} \subseteq A$;

B□. $\{2, 5, 7\} \in A$;

C□. $\{5, 7\} \subseteq A$;

D□. $(2, 3) \in A$;

E□. $\{2, 3\} \subseteq A$;

F□. $\exists x, y \in A$ tali che $x \in y$;

G□. $\exists x, y, z \in A$ tali che $\{x, y\} \subseteq z$.

Es 2. La chiusura transitiva della relazione $R = \{(c, a), (a, c), (c, b), (b, a)\} \subseteq \{a, b, c\} \times \{a, b, c\}$ è

A□. $\{(x, x) \mid x \in \{a, b, c\}\}$;

B□. $\{a, b, c\} \times \{a, b, c\}$;

C□. $\{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, c)\}$;

D□. una relazione di equivalenza;

E□. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 3. Sia $Q = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c)\} \subseteq (\{a, b, c, d\} \times \{a, b, c, d\}) - \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d)\}$; allora

A□. Q è una funzione iniettiva;

B□. Q è una relazione di equivalenza;

C□. Q è una relazione transitiva;

D□. Q non è una funzione;

E□. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 4. Diciamo che un insieme è *numerabile* se è in corrispondenza biunivoca con un sottoinsieme dei naturali. Per ogni coppia di insiemi A e B si ha che

A□. se A è numerabile allora $A \cap B$ è numerabile;

B□. se A e B sono numerabili allora $A \cap B$ è numerabile;

C□. se A e B non sono numerabili allora $A \cap B$ non è numerabile;

D□. se A e B sono numerabili allora $A \cup B$ è numerabile;

E□. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 5. Diciamo che un sottoinsieme A di $\mathbf{N}$ è *cofinito* se $\mathbf{N} - A$ è finito. Per ogni coppia di insiemi A e B si ha che

A□. se A è finito;

B□. se A e B sono cofiniti allora $A \cap B$ è cofinito;

C□. se A e B sono cofiniti allora $A \cup B$ è cofinito;

D□. se A e B sono cofiniti allora $A - B$ è cofinito;

E□. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 6. Sia $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ così definita: $f(0) = 1, f(n+1) = 3f(n) + 1$. Dimostrare che, per ogni $n \in \mathbf{N}$,

$$f(n) = 1 + \sum_{i=1}^{n} 3^i.$$

Rispondere qui

Es 7. Vero o Falso?

A□. Se $A \models \neg A$ allora A è insoddisfacibile;

B□. Se A è una tautologia allora $B \models A$ per ogni B;

C□. Se $\neg A$ è una tautologia allora il tableau di $A \wedge B$ ha tutti i rami chiusi;

D□. Se $(A \wedge B)$ è soddisfacibile allora il tableau di A oppure il tableau di B hanno qualche ramo aperto;

E□. $(A \leftrightarrow B) \equiv ((A \vee B) \to (A \wedge B))$.

Es 8. Trovare forme normali CNF e DNF per la proposizione A definita dalla seguente tavola di verità.

p_1	p_2	p_3	A
1	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	1
0	0	0	1
1	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
0	1	0	1

Es 9. I seguenti i enunciati sono verità logiche: Vero o Falso?

A□. $\exists x(A(x) \to B(x)) \to (\forall x A(x) \to \exists x B(x))$;

B□. $\exists x \forall y A(x,y) \to \forall x \exists y A(x,y)$

C□. $\forall x \exists y A(x,y) \to \exists y \forall x A(x,y)$.

Es 10. Formalizzare in un linguaggio predicativo adeguato. (N.B. Per il punto C è conveniente usare una relazione ternaria $R(x,y,z)$ con il significato di: il programma x sull'input y restituisce l'output z).

A. Qualche studente di Informatica è più bravo di tutti gli studenti di Statistica;

B. Nessun numero primo maggiore di 2 è pari;

C. Non tutti i programmi restituiscono un output su tutti gli input;