

Scritto di "Metodi Matematici per l'Informatica", Canale P-Z a.a. 2011/2012
16 Febbraio 2012

Es 1. Sia $X \subseteq \mathbf{N}$ e $\text{pari}(X) = \{x \in X \mid x \text{ è pari}\}$. Allora:

- A . $X - \text{pari}(X)$ se e solo se $X = \emptyset$.
- B . $X \cup \text{pari}(X) = X$ se e solo se X contiene numeri dispari.
- C . $X \cap \text{pari}(X) = X$ se e solo se X contiene solo numeri pari.
- D . $X \cap \text{pari}(X) = \text{pari}(X)$ se e solo se $X \neq \emptyset$.
- E . nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 2. Sia $R = \{(X, Y) \mid X, Y \subseteq \mathbf{N} \text{ e } \exists A \subset X \text{ tale che } A \text{ e } Y \text{ hanno la stessa cardinalità}\}$. Allora:

- A . R è una relazione d'ordine.
- B . R è una relazione di equivalenza.
- C . $(\mathbf{Z}, \mathbf{N}) \in R$.
- D . $(\emptyset, \emptyset) \in R$.
- E . nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 3. Sia $R \subseteq \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ la relazione tale che $R(n, m)$ se e solo sia m che n sono divisibili per 7 oppure nessuno fra m ed n è divisibile per 7.

- A . R è riflessiva;
- B . R è simmetrica;
- C . R è numerabile;
- D . la chiusura transitiva di R non è numerabile;
- E . nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 4. Diciamo che un insieme $A \subseteq \mathbf{N}$ è chiuso rispetto alla somma se per ogni $x, y \in A, x+y \in A$. Indicare un insieme A chiuso rispetto alla somma ed un insieme B non chiuso rispetto alla somma. Indicare inoltre tre insiemi distinti U, V, Z che siano chiusi rispetto alla somma e tali che $U = V \cap Z$.

Rispondere qui

Seconda parte

Es 5. Dimostrare per induzione che $\sum_{i=1}^n i \cdot 2^i = (n-1)2^{n+1} + 2$.

Rispondere qui

Es 6. Le seguenti proposizioni sono valide (V), soddisfacibili (S) o insoddisfacibili (I)?

- $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))$
- $((\neg A \wedge \neg B) \rightarrow C) \rightarrow ((\neg A \vee C) \vee (\neg B \vee C))$
- $(A \rightarrow A) \rightarrow A$
- $(A \vee B \vee \neg C) \wedge (D \vee \neg D \vee A) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee C)$
- $((A \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \rightarrow \neg C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \vee \neg C))$

Es 7. Sia **L** il linguaggio composto da un simbolo di relazione binaria R (e dall'identità). Sia **N** la struttura con dominio \mathbb{N} dove $R(x, y)$ è interpretata come $x < y$. Sia **Q** la struttura con dominio \mathbb{Q} dove $R(x, y)$ è interpretata come $x < y$. Indicare un enunciato della logica predicativa falso in **N** e vero in **Q**.

Rispondere qui

Es 8. Tradurre i punti [A-E] (non necessariamente veri!) qui sotto in enunciati del linguaggio formale composto da un predicato a tre posti $T(x, y, z)$ e una funzione a due posti $out(x, y)$ con il seguente significato intuitivo: $T(x, y, z)$ sta per "il programma x su input y termina entro z unità di tempo", e $out(x, y)$ indica l'output del programma x su input y . (N.B. out è un simbolo di funzione, $out(x, y)$ è un termine). Il linguaggio contiene anche un simbolo di costante c con il seguente significato intuitivo: $out(x, y) = c$ indica che il programma x sull'input y è indefinito (non restituisce un output). Si intende che il linguaggio contenga anche il simbolo $=$ per l'identità.

A. Il programma x su input y va in loop o termina senza restituire un output.

Risposta A

B. Esiste un programma che va in loop su qualunque input.

Risposta B

C. Non tutti i programmi terminano su tutti gli input.

Risposta C

D. Nessun programma dà due output diversi sullo stesso input.

Risposta D

E. Esiste un programma che non associa mai lo stesso output a due input diversi.

Risposta E