A

Esame dell’insegnamento di METODI MATEMATICI - Canale A – L 08- 07 - 2019 (prof. Labella)

**1.** Siano A e B due insiemi tali che (A x B) ∩ (B x A) = (A ∩ B) x (B ∩ A); allora:

* necessariamente A = B ☐
* necessariamente A = B = ∅ ☐
* l’uguaglianza non è mai verificata ☐
* l’uguaglianza è sempre verificata 
* se A≠B allora A = ∅ oppure B = ∅ ☐

**2.** Siano f: A → B, e g: B → A due funzioni la cui composta g ⋅ f : A → A è una relazione riflessiva. Quali fra le seguenti affermazioni sono vere?

* g è l’inversa di f ☐
* anche f ⋅ g : B → B è necessariamente riflessiva ☐
* g ⋅ f è necessariamente simmetrica 
* g ⋅ f è necessariamente antisimmetrica 
* g ⋅ f è necessariamente transitiva 

**3.** Verificare per induzione che per ogni naturale *n* *≥ 1*

$$\sum\_{k=1}^{n}k^{3}= \left(\sum\_{k=1}^{n}k\right)^{2}$$

Osserviamo che $\sum\_{k=1}^{n}k= \frac{n(n+1)}{2}$

Caso base *n=1* *1 = 4/4*

Passo induttivo ∑k=1,..,n+1 k3 = ∑k=1,..,n k3 + (n+1)3 = (n(n+1)/2)2 + (n+1)3 = ((n+2)(n+1)/2)2

**4.** Provare con il metodo di Hilbert che la seguente formula è un teorema

*((p→ q)∧¬ q) → ¬ p*

*|- (p→ q) → (p→ q) Teorema*

*|- (p → ((p→ q) → q) Scambio*

*|- (¬ ((p→ q) → q) → ¬ p Contrapposizione*

*|- ((p→ q)∧¬ q) → ¬ p Def ∧*

**5.** Verificare con il metodo dei tableau semantici che la seguente formula è insoddisfacibile

*¬ (∀ x ∀ y P(x,y) → ∀ y ∃ x P(x,y))*

Il tableau della formula è chiuso.

**6.** Provare con il metodo di Hilbert che la seguente formula è un teorema

*∀ x ∀ y P(x,y) → ∀ y ∃ x P(x,y)*

*|-∀ x ∀ y P(x,y) → ∃ x∀ y P(x,y) Esercizio 9.14*

*|-∃ x∀ y P(x,y) → ∀ y ∃ x P(x,y) Esercizio 9.16*

|- *∀ x ∀ y P(x,y) → ∀ y ∃ x P(x,y) Transitività*

B

Esame dell’insegnamento di METODI MATEMATICI - Canale A – L 08- 07 - 2019 (prof. Labella)

**1.** Siano A e B due insiemi tali che (A x B) ∩ (B x A) = (A ∩ B) x (B ∩ A); allora:

* necessariamente A = B = ∅ ☐
* l’uguaglianza non è mai verificata ☐
* se A≠B allora A = ∅ oppure B = ∅ ☐
* l’uguaglianza è sempre verificata 
* necessariamente A = B ☐

**2.** Siano f: A → B, e g: B → A due funzioni la cui composta g ⋅ f : A → A è una relazione riflessiva. Quali fra le seguenti affermazioni sono vere?

* g ⋅ f è necessariamente transitiva 
* g ⋅ f è necessariamente antisimmetrica 
* g è l’inversa di f ☐
* g ⋅ f è necessariamente simmetrica 
* anche f ⋅ g : B → B è necessariamente riflessiva ☐

**3.** Verificare per induzione che per ogni naturale *n* *≥ 1*

$$\sum\_{k=1}^{n}k^{3}= \left(\sum\_{k=1}^{n}k\right)^{2}$$

Osserviamo che $\sum\_{k=1}^{n}k= \frac{n(n+1)}{2}$

Caso base *n=1* *1 = 4/4*

Passo induttivo ∑k=1,..,n+1 k3 = ∑k=1,..,n k3 + (n+1)3 = (n(n+1)/2)2 + (n+1)3 = ((n+2)(n+1)/2)2

**4.** Provare con il metodo di Hilbert che la seguente formula è un teorema

*p→ ¬ ((p→ q)∧¬ q)*

*|- (p→ q) → (p→ q) Teorema*

*|- p→ ((p→ q) → q) Scambio*

*|- p→ ¬ ((p→ q)∧¬ q) Def ∧*

**5.** Verificare con il metodo dei tableau semantici che la seguente formula è insoddisfacibile

*¬ (∀ y ∀ x P(x,y) → ∀ x ∃ y P(x,y))*

Il tableau della formula è chiuso.

**6.** Provare con il metodo di Hilbert che la seguente formula è un teorema

*∀ y ∀ x P(x,y) → ∀ x ∃ y P(x,y)*

*|-∀ y ∀ x P(x,y) → ∃ y∀ x P(x,y) Esercizio 9.14*

*|-∃ y∀ x P(x,y) → ∀ x ∃ y P(x,y) Esercizio 9.16*

|- *∀ y ∀ x P(x,y) → ∀ x ∃ y P(x,y) Transitività*