Prova intermedia dell'insegnamento di
METODI MATEMATICI PER L'INFORMATICA- Canale A – L
8 - 11 - 2018

A-C

1. Quali fra le seguenti formule costituisce condizione necessaria e sufficiente affinché valga l'identità $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$?

- $C \subseteq B$ ☐
- $C \subseteq A$ ☑
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ☐
- $A \cap (A \cup B) = A$ ☐
- $A = B$ ☐

2. Indichiamo con $|A|$ la cardinalità di un insieme A, con $\varnothing$ l'insieme vuoto e con $A \to B$ l'insieme di tutte le funzioni da A in B. Quali fra le seguenti affermazioni sono vere?

- $|\varnothing \to B| = 1$ se B è vuoto ☑
- $|\varnothing \to B| = 1$ per qualunque B ☑
- $|A \to \varnothing| = 0$ per qualunque A ☐
- $|A \to \varnothing| = 0$ se e solo se A non è vuoto ☑
- $|\{\varnothing\} \to A| = |A|$ per qualunque A ☑

3. Dimostrare (per induzione) che, se $n \geq 1$,

$$\sum_{k=1,..,n} 2^k = 2(2^n-1)$$

caso base: $\sum_{k=1} 2^1 = 2 = 2(2^1-1)$

passo induttivo:

$$\sum_{k=1,..,n+1} 2^k = \sum_{k=1,..,n} 2^k + 2^{n+1} = 2(2^n-1) + 2^{n+1} = 2(2^{n+1})-2 = 2(2^{n+1}-1)$$

4. Si dice intervallo finito chiuso di Q (numeri razionali) l'intervallo dei razionali $[a,b] = \{k / a \leq k \leq b\}$ per un qualche a, b in Q.
Sia $Int(Q)$ l'insieme degli intervalli finiti chiusi di Q. Mostrare che $Int(Q)$ può essere messo in corrispondenza biunivoca con N.

$Int(Q)$ è in corrisondenza biunivoca con QxQ, perché un intervallo è individuato dalla coppia dei suoi estremi. QxQ è equipotente a Q che è equipotente a N.

B-D

1. Quali fra le seguenti formule costituisce condizione necessaria e sufficiente affinché valga l'identità $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$?

- C è l'insieme vuoto ☐
- $C = C \cap A$ ☑
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ☐
- $A \cup (A \cap B) = A$ ☐
- $C \subseteq A$ ☑

2. Indichiamo con $|A|$ la cardinalità di un insieme A, con $\varnothing$ l'insieme vuoto e con $A \to B$ l'insieme di tutte le funzioni da A in B. Quali fra le seguenti affermazioni sono vere?

- $|\varnothing \to B| = 1$ se e solo se B è vuoto ☐
- $|\varnothing \to B| = 1$ per qualunque B ☑
- $|A \to \varnothing| = 0$ se e solo se A è vuoto ☐
- $|A \to \varnothing| = 0$ se A non è vuoto ☑
- $|A \to B| = |B \to A|$ per qualunque A e B ☐

3. Dimostrare (per induzione) che nei numeri naturali

$$\sum_{k=1,..,n} k\,k! = (n+1)! - 1$$

caso base: $\sum_{k=1} 1 = 2 - 1$

passo induttivo:

$$\sum_{k=1,..,n+1} k\,k! = \sum_{k=1,..,n} k\,k! + (n+1)(n+1)! = (n+1)! - 1 + (n+1)(n+1)! = (n+1)!(n+2) - 1 = (n+2)! - 1$$

4. Si dice segmento iniziale di N (numeri naturali) l'intervallo dei naturali $[0,n] = \{k / 0 \leq k \leq n\}$ per un qualche n in N.
Sia Init(N) l'insieme dei segmenti iniziali di N. Mostrare che Init(N) può essere messo in corrispondenza biunivoca con N.

Init(N) è in corrispondenza biunivoca con N, perché un intervallo è individuato dal suo estremo.