

**Esercizio 7.2.** Sia  $\mathbf{N}$  l'insieme dei numeri naturali e sia  $A = \{1, 4, 9, \dots\}$  l'insieme dei quadrati di elementi di  $\mathbf{N}$ .

- (a) Costruire una funzione  $A \rightarrow \mathbf{N}$  suriettiva.
- (b) Costruire un'iniezione  $\mathbf{N} \rightarrow A$  che *non* è una biezione.

**Esercizio 7.5.** Sia  $A = \{0, 1, 2\}$  e sia  $P(A)$  l'insieme delle parti di  $A$ . Spiegare se esiste o meno una biezione da  $P(A)$  all'insieme  $\{(a, b) \in A \times A : a + b > 0\}$ . Se esiste, esibirne una.

**Esercizio 7.4.** Siano  $X = \{n \in \mathbf{Z} : n < -10\}$  e  $Y = \{n \in \mathbf{Z} : n \geq 5\}$ . Esibire una funzione biettiva  $f : X \cup Y \rightarrow \mathbf{Z}$ .

**Esercizio 7.6.** Sia  $\mathbf{N} = \{1, 2, \dots\}$  l'insieme dei numeri naturali e sia  $\mathcal{P}(\mathbf{N})$  l'insieme delle parti di  $\mathbf{N}$ . Determinare un'applicazione *iniettiva*  $F : \mathbf{N} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbf{N})$ .

**Esercizio 7.7.** *Siano dati gli insiemi*

$$X = \{6, 7, 8, 9, 10\}, \quad \mathbf{N}, \quad \mathcal{P}(\mathbf{Z}), \quad Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad \mathcal{P}(X), \quad \mathcal{P}(Y).$$

- (a) *Stabilire quali fra questi insiemi hanno la stessa cardinalità (motivando bene le risposte)*
- (b) *Esibire un'applicazione suriettiva  $\phi : \mathbf{Z} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}$ .*

**Esercizio 7.9.** Sia  $A = \{n \in \mathbf{Z} \mid \exists k \in \mathbf{Z} \text{ tale che } k^3 = n\}$ . (a) Determinare una funzione biettiva  $f : \mathbf{N} \rightarrow A$ .

(b) Stabilire per quali dei seguenti insiemi  $X$  esiste una funzione biettiva  $g : X \rightarrow A$  (N.B: non si richiede di esibire esplicitamente una tale funzione  $g$ ):

- (i)  $X = \mathbf{Q} \times \mathbf{Q}$ ;    (ii)  $X = \{x \in \mathbf{R} \mid 0 < x < 1\}$ ;    (iii)  $X = \{n \in \mathbf{Z} \mid n < 12\}$ .

**Esercizio 7.11.** Sia  $A = \{n \in \mathbf{N} \mid n \equiv 3 \pmod{7}\}$ . Determinare:

- a) una funzione biettiva  $f : A \rightarrow \mathbf{Z}$ ,
- b) una funzione  $g : A \rightarrow \mathbf{Z}$  iniettiva ma non suriettiva,
- c) una funzione  $h : A \rightarrow \mathbf{Z}$  suriettiva ma non iniettiva.