Introduzione agli algoritmi
Prova di esame del 7/6/2016
Prof.sse E. Fachini - R. Petreschi

B

1. (Max punti 10) a. Dimostrare che l'altezza h di un dato albero binario B di n vertici è un valore compreso fra log n e n ($\log n \leq h \leq n$). L'altezza è definita come il massimo numero di archi (o rami) di un cammino radice-foglia.
   b. Quali sono i limiti inferiore e superiore per la lunghezza del cammino minimo radice-foglia, mh, in un albero binario?
   c. Quali sono il minimo e il massimo numero di nodi in un albero quasi completo di altezza h?

2. (Max punti 8) Si considerino le seguente affermazioni:
   A. se $g(n) = O(f(n))$ e $h(n) = O(f(n))$ allora $g(n) = O(h(n))$.
      E' vera o falsa?
      Se ne dimostri la verità con una dimostrazione generale oppure se ne dimostri la falsità producendo tre funzioni che la contraddicono.

   B. Se si dimostra che un algoritmo ha tempo di esecuzione $\Theta(n^2)$ nel caso migliore, posso dedurne che nel caso peggiore terminerà in $\Omega(n^2)$ passi?

3. (Max punti 12) Si definisca una funzione Heap-Sost-Key(H,i,k) che sostituisce la chiave presente nella posizione i del Max-Heap H con k, ristabilendo la proprietà di Max-Heap eventualmente violata dalla modifica. Si valuti il tempo di esecuzione asintotico dell'algoritmo presentato.