

**Introduzione agli Algoritmi**  
**Prova intermedia - 14 Aprile 2014**  
**Prof. Emanuela Fachini (canale 1) e Prof. Irene Finocchi (canale 2)**

*Le risposte non motivate non saranno prese in considerazione.*

*Negli esercizi di progettazione, prima di passare allo pseudocodice descrivete l'idea algoritmica sottostante. Per tutti gli algoritmi progettati è necessario analizzare tempo di esecuzione e correttezza.*

### **Testo 1**

#### **Esercizio 1**

Si consideri la seguente funzione:

```
test (intero n)
  if n ≤ 27 then return 1
  k = n * n * n
  while k ≥ 1 do k = k / 2
  return 1 + test(n / 3)
```

Scrivere la relazione di ricorrenza che descrive il tempo di esecuzione  $T(n)$  della funzione *test* e dimostrare che  $T(n) = O(\log^2 n)$ .

#### **Esercizio 2**

Definiamo il problema del *punto fisso* come segue:

*data una sequenza ordinata di  $n$  interi distinti, sia positivi che negativi,  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ , determinare se esiste un indice  $i$  tale che  $a_i = i$ .*

Progettare un algoritmo che risolva il problema del punto fisso in tempo  $O(\log n)$ . Analizzare sia la correttezza dell'algoritmo proposto che il tempo di esecuzione nel caso peggiore.

#### **Esercizio 3**

Quali delle seguenti affermazioni sono vere? Motivare la risposta con una dimostrazione o con un opportuno esempio.

**Introduzione agli Algoritmi**  
**Prova intermedia - 14 Aprile 2014**  
**Prof. Emanuela Fachini (canale 1) e Prof. Irene Finocchi (canale 2)**

1. Siano  $f(n)$ ,  $g(n)$ ,  $t(n)$  e  $s(n)$  quattro funzioni tali che:  $f(n)=O(g(n))$  e  $t(n)=O(s(n))$ . Allora  $\max\{f(n), t(n)\} = O(g(n)+s(n))$
2. Siano  $f(n)$ ,  $t(n)$  e  $s(n)$  tre funzioni tali che:  $f(n)=O(t(n))$  e  $t(n)=\Omega(s(n))$ . Allora  $f(n) = \Omega(s(n))$ .
3. Sia  $f(n)$  il tempo di esecuzione nel caso peggiore di un algoritmo che risolve un problema  $\mathcal{P}$  in modo ottimo. Se  $\mathcal{P}$  ha una complessità  $\Omega(g(n))$ , allora deve essere  $f(n)=\Theta(g(n))$
4. Sia  $f(n)$  il tempo di esecuzione nel caso migliore di un algoritmo che risolve un problema  $\mathcal{P}$ . Se  $\mathcal{P}$  ha una complessità  $\Omega(g(n))$ , allora può accadere che  $f(n)=O(g(n))$  ma  $f(n)\neq\Theta(g(n))$ .