

Esercizio 1 (8 punti). Modificare l'algoritmo di ordinamento per selezione in modo che, dati un array A di n valori interi ed un intero $k \in [1, n]$, l'algoritmo modificato restituisca il valore del k -esimo elemento (in ordine crescente) presente in A . Ad esempio, se $A = [23, 3, 11, 4, 15, 5]$ e $k = 2$, il valore da restituire è 4.

- Stimare il tempo di esecuzione dell'algoritmo nel caso peggiore, in funzione di n e k .
- Discutere un'implementazione basata su code con priorità e stimare nuovamente il tempo di esecuzione nel caso peggiore. Ci sono vantaggi? Se sì, per quali valori di k ?

Esercizio 2 (8 punti). Si considerino le seguenti due funzioni:

algoritmo fun1 (*intero* k)

1. $i \leftarrow 18$
2. $j \leftarrow k/2$
3. **while** ($i \leq j$) **do** $i \leftarrow i + 5$

algoritmo fun2 (*intero* n)

1. **if** $n \leq 1$ **return**
2. **fun1**(n)
3. $i \leftarrow n$
4. **while** ($i \geq 1$)
5. **fun1**(i)
6. $i \leftarrow i/4$
7. **fun2**($n/2$)

Stimare il tempo di esecuzione di **fun2** in funzione di n .

Esercizio 3 (7 punti). Considerare il seguente algoritmo, che ricerca il minimo in un array A di dimensione n :

algoritmo minimo (*array* A , *intero* n)

1. $min_idx \leftarrow 1$
2. **for** $i = 2$ **to** n
3. **if** $A[min_idx] > A[i]$ **then** $min_idx \leftarrow i$
4. **return** $A[min_idx]$

Disegnare l'albero di decisione che descrive le possibili esecuzioni dell'algoritmo **minimo** nel caso $n = 4$. Qual è il numero di confronti eseguiti nel caso peggiore? Qual è un caso peggiore?

Esercizio 4 (9 punti). Sia T un albero binario di n nodi. Per ogni nodo v , siano $h(v)$ l'altezza del sottoalbero radicato in v , $sin(v)$ il sottoalbero sinistro di v e $des(v)$ il sottoalbero destro.

1. Progettare un algoritmo efficiente che, dato T , restituisca **true** se e solo se, per ogni nodo v , il numero di nodi in $sin(v)$ e il numero di nodi in $des(v)$ differiscono al più di $h(v)$. Analizzare il tempo di esecuzione dell'algoritmo proposto.
2. Se l'algoritmo restituisce **true**, l'albero è bilanciato (secondo la definizione di bilanciamento usata negli alberi AVL)? Dimostrare formalmente l'affermazione o dare un controesempio.