

Algoritmi I

Appello del 6 luglio 2009 (Finocchi/Galesi)

Non è consentito in alcun caso l'uso di dispositivi elettronici durante il compito (cellulari, computer, ecc.), qualunque violazione comporta l'immediata esclusione dall'esame.

Problema 1

Descrivere le caratteristiche principali e i principali algoritmi per la manipolazione degli heap binari. Costruire (simulando graficamente la costruzione) un heap binario a partire dalla seguente sequenza di interi:

A = 71 0 68 45 34 60 50 -1 21 10

Problema 2

Progettare un algoritmo con tempo di esecuzione $O(n \log n)$ che, dato in input un vettore T contenente n interi (con $n > 0$), conti il numero di indici $i \leq n$ tali che il numero di elementi in T strettamente minore di T[i] è esattamente uguale ad i. T può contenere elementi ripetuti. Discutere il tempo di esecuzione dell'algoritmo proposto.

Problema 3

Si consideri la seguente funzione ricorsiva in pseudo-codice:

```
void f(int T [], int inizio, int fine) {
    int S[MAX]
    int intervallo = fine - inizio + 1
    if (n>0){
        modifica(T, inizio, fine)
        f(T, inizio, inizio+intervallo/3)
        f(T, inizio+intervallo/3+1, inizio+2*intervallo/3)
        f(T, inizio+2*intervallo/3+1, fine)
        copia(T,S,inizio,fine)
        sort(S,fine-inizio)
    }
}
```

dove:

- `modifica(T, i, j)` si esegue in tempo $O(j-i)$;
- `copia(T, S, i, j)` è una funzione che copia il vettore T dalla posizione i alla posizione j in un nuovo vettore S di dimensione $j-i+1$;
- `sort(T, n)` ordina il vettore S di dimensione n.

Proporre una funzione `copia(T, S, i, j)`, darne il tempo di esecuzione e studiare il tempo di esecuzione di f (chiamata con `inizio = 1` e `fine = lunghezza(T)`) nel caso peggiore, nel caso in cui `sort` sia:

- il merge sort;
- il quick sort.

Problema 4

Descrivere un algoritmo che prenda in input un grafo orientato e determini se esso è un albero. Analizzare il tempo di esecuzione dell'algoritmo nel caso in cui il grafo sia rappresentato con liste di adiacenza. Ripetere poi l'analisi nel caso in cui il grafo sia rappresentato con matrice di adiacenza.