

Introduzione agli Algoritmi
A.A. 2012/2013
Prova Intermedia del 26 Aprile 2012
Il canale - testo 1
Prof.ssa Irene Finocchi

Problema 1

Dimostrare la seguente proprietà:

In un albero binario in cui ogni nodo interno ha esattamente due figli, il numero di nodi interni è sempre uguale al numero di foglie diminuito di 1

Problema 2

Un algoritmo di ordinamento è detto “parsimonioso” se nessuna coppia di elementi del vettore che ordina sono confrontati più di una volta. Si esaminino gli algoritmi di ordinamento studiati e per ciascuno di essi si dica se si tratta di un ordinamento parsimonioso, giustificando la risposta:

- insertion sort
- bubblesort
- mergesort
- quicksort

Problema 3

3.1. Si consideri il seguente frammento di codice:

```
count = 0
n = A.length
ArraySort(A)
  for i = 1 to n do
    if (binarySearch(A, A[1]+A[i])) then count = count+1
```

Si analizzi asintoticamente il tempo di esecuzione, nel caso peggiore, del frammento di codice sia nell'ipotesi che ArraySort sia il mergeSort che in quella in cui sia l'insertionSort.

3.2 Si consideri il seguente frammento di codice:

```
funzione(n)
  if (n == 0) then return 0
  return 2*funzione(n/2) + fun(n)
```

Si analizzi asintoticamente il tempo di esecuzione del frammento di codice nell'ipotesi che la funzione fun abbia complessità di tempo in $\Theta(n^3)$.

Introduzione agli Algoritmi
A.A. 2012/2013
Prova Intermedia del 26 Aprile 2012
Il canale - testo 1
Prof.ssa Irene Finocchi

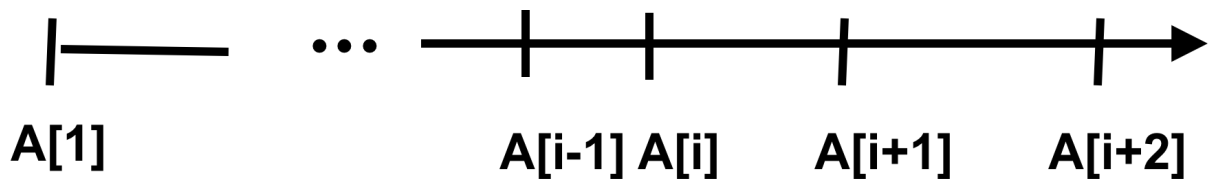
Problema 4

4.1. Dati un intero k e un array ordinato crescente A contenente n valori interi tale che, per ogni $i \geq 2$, risulti:

$$A[i+1] - A[i] \geq A[i] - A[i-1]$$

progettare un algoritmo con tempo di esecuzione $O(\log n)$ che trovi, se esiste, una coppia di elementi consecutivi la cui differenza è $= k$.

Se rappresentiamo i valori dell'array su una retta (la freccia indica che i valori crescono verso destra) si mette in evidenza la proprietà dell'array e cioè che anche la distanza tra valori successivi cresce:



4.2. Si supponga ora che l'array A , oltre ad essere ordinato crescente, contenga interi *positivi* e soddisfi la seguente proprietà:

$$\text{per ogni } i \geq 2 \quad A[i] \geq 2A[i-1]$$

Progettare un algoritmo con tempo di esecuzione $O(\log n)$ che trovi, se esiste, una coppia di elementi consecutivi la cui differenza è $= k$

[Suggerimento: ricondursi al caso 4.1]