

Introduzione agli Algoritmi

Appello del 2 febbraio 2011

Proff. Calamoneri - Fachini - Finocchi

Esercizio 1 (10 punti)

Siano date due matrici A e B di dimensione $n \times n$. È possibile ottenere la matrice C prodotto di A e B tramite 8 prodotti tra matrici di dimensione $n/2 \times n/2$ e 4 somme tra matrici di dimensione $n/2 \times n/2$. Sapendo che sommare 2 matrici di dimensione $k \times k$ richiede tempo $\Theta(k^2)$, determinare il tempo $T(n)$ necessario per moltiplicare le due matrici A e B tramite la soluzione di un'equazione di ricorrenza.

Esercizio 2 (10 punti)

Si introduca una nuova operazione sugli alberi binari di ricerca, $\text{incrChiave}(T, \mathbf{k}, \mathbf{d})$, che applicata ad un albero binario di ricerca bilanciato T (AVL o rosso e nero) contenente un nodo con chiave \mathbf{k} , restituisca l'albero binario di ricerca bilanciato T in cui la chiave \mathbf{k} è incrementata di \mathbf{d} . Il tempo di esecuzione dell'operazione dovrebbe essere $O(\log n)$ nel caso peggiore, dove n è il numero dei nodi nell'albero.

Esercizio 3 (10 punti)

Supponiamo che l'operazione di ricerca di una chiave k in un albero binario di ricerca termini su di una foglia. Consideriamo tre insiemi:

- A , l'insieme delle chiavi alla sinistra del cammino di ricerca;
- B , l'insieme delle chiavi del cammino di ricerca;
- C , l'insieme delle chiavi alla destra del cammino di ricerca.

Si potrebbe credere che se $a \in A$, $b \in B$ e $c \in C$, allora $a \leq b \leq c$. Si produca un esempio che contraddice questa affermazione.