

Introduzione agli Algoritmi

9 gennaio 2015

Prof. Emanuela Fachini (canale 1) e Prof. Irene Finocchi (canale 2)

Parte I

Le risposte non motivate non saranno prese in considerazione. Negli esercizi di progettazione, prima di passare allo pseudocodice descrivete l'idea algoritmica sottostante. Per gli algoritmi progettati è necessario analizzare tempo di esecuzione e correttezza.

Esercizio 1

Siano dati due array $A[1..n]$ e $B[1..m]$, contenenti rispettivamente $n \geq 1$ ed $m \geq 1$ numeri reali. Gli array sono entrambi ordinati in senso crescente e non contengono valori duplicati; tuttavia, è possibile che uno stesso valore sia presente una volta in A e una volta in B .

1. Progettare un algoritmo efficiente che stampi in ordine i numeri reali che appartengono all'unione dei valori di A e di B . L'unione è intesa in senso insiemistico, quindi gli eventuali valori presenti in entrambi devono essere stampati solo una volta. Ad esempio, se $A=[1, 3, 4, 6]$ e $B=[2, 3, 4, 7]$, l'algoritmo deve stampare 1, 2, 3, 4, 6, 7.
2. Analizzare la correttezza e determinare il tempo di esecuzione dell'algoritmo proposto, in funzione di n e m .

Esercizio 2

Si determini il tempo di esecuzione $T(n)$ della seguente funzione:

```
analizzami(int n)
  c = 1
  m = n*n
  while m>1 do
    for j=1 to m do c++
    m=m/2
  if n>1 then analizzami(n/2)
```

Introduzione agli Algoritmi

9 gennaio 2015

Prof. Emanuela Fachini (canale 1) e Prof. Irene Finocchi (canale 2)

Parte II

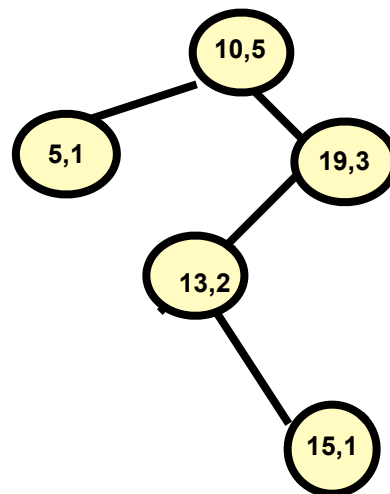
Esercizio 3

- A. Qual è il massimo numero di nodi che può avere un albero binario di altezza h ?
- B. Qual è il minimo numero di nodi che può avere un albero binario di altezza h ? Si motivi la risposta.
- C. Se ne deducano i limiti inferiori e superiori per l'altezza, h , di un albero binario in termini del numero dei nodi, n .
- D. Si dimostri che è possibile costruire un maxheap, a partire da un array di interi qualunque di n elementi, in tempo $O(n)$. Si descriva l'algoritmo e se ne analizzi il tempo di esecuzione.

Esercizio 4

Si supponga di avere un albero binario di ricerca in cui ogni nodo x ha un campo aggiuntivo, $x.size$, contenente il numero di nodi nel sotto albero radicato in x , quindi le foglie hanno il campo $size$ a 1.

- 1) Si sfrutti il campo $size$ per calcolare il numero di nodi di chiave minore di una chiave k , presente nell'albero, visitando il minor numero di nodi possibile. Nell'esempio i valori dei due campi sono separati dalla virgola.



- 2) Si aggiungano allo pseudocodice delle rotazioni le istruzioni di aggiornamento dei campi $size$ dei nodi coinvolti nella rotazione. Si premetta una descrizione grafica dell'effetto di una rotazione semplice a destra sul nodo C dell'albero T rappresentato a destra.

