

Introduzione agli algoritmi
Prof.sse T. Calamoneri - E. Fachini - R. Petreschi
5 luglio 2019

Prova scritta completa

1. Dato un albero **binario qualunque** T , il suo *attraversamento pre-ordine* è una stringa che rappresenta l'elenco delle chiavi di T che scaturisce ordinatamente da una visita in pre-ordine.
 - a. Mostrare, fornendo due diversi alberi binari con lo stesso attraversamento, che non si può ricostruire in modo univoco un albero binario conoscendo solo il suo attraversamento in pre-ordine.
 - b. Descrivere poi un algoritmo ricorsivo che ricostruisca in modo univoco un albero binario del quale, oltre al suo attraversamento in pre-ordine, si conosce per ogni nodo se esso abbia figlio sinistro e/o figlio destro.

2. Progettare un algoritmo che, dati in input due **Maxheap** $H1$ e $H2$, dia in output un unico **Maxheap** sugli elementi di $H1$ e di $H2$. Dell'algoritmo presentato:
 - a. si dia la spiegazione a parole
 - b. si valuti la complessità computazionale
 - c. si fornisca lo pseudocodice.

3. Siano A e B due **alberi binari di ricerca**. Gli alberi sono memorizzati con strutture a puntatore e le radici dei due alberi hanno un campo aggiuntivo NumNodi con il numero dei nodi dell'albero. Progettare un algoritmo che, presi in input A e B , dia in output un array **ordinato** contenente l'unione delle chiavi di A e B (senza ripetizioni). L'algoritmo deve avere tempo di esecuzione lineare nella somma del numero dei nodi dei due alberi. Dell'algoritmo presentato:
 - a. si dia la spiegazione a parole
 - b. si dimostri che ha l'andamento lineare atteso

Introduzione agli algoritmi
Prof.sse T. Calamoneri - E. Fachini - R. Petreschi
5 luglio 2019

Parte I

1. Dimostrare la verità o falsità delle seguenti affermazioni:

a. $f(n) = 12n^3 + 13n + 14$ è $O(n^3)$

b. $f(n) = n^7 - n^3 + 4n^2$ è $\Omega(n^5)$

c. $f(n) = n(n+1)/2$ è $\Theta(n)$

2. Progettare un algoritmo che, dati in input due heap, dia in output un unico heap su tutti gli elementi. Dell'algoritmo presentato:

i. si dia la spiegazione a parole

ii. si valuti la complessità computazionale

iii. si fornisca lo pseudocodice.

3. Descrivere a parole una procedura che preso in input un vettore di n coppie di interi (k, i) , in cui k può assumere solamente i valori 0, 1, e 2, lo ordina rispetto alla prima componente in modo stabile (cioè in modo tale che se (k, i) precede (k, j) nel vettore originale, allora (k, i) deve precedere (k, j) anche nel vettore ordinato). La procedura deve avere complessità $O(n)$. Si motivi la linearità della soluzione.

Introduzione agli algoritmi
Prof.sse T. Calamoneri - E. Fachini - R. Petreschi
5 luglio 2019

Parte II

1. Dato un albero **binario qualunque** T , il suo *attraversamento pre-ordine* è una stringa che rappresenta l'elenco delle chiavi di T che scaturisce ordinatamente da una visita in pre-ordine.

a. Mostrare, fornendo due diversi alberi binari con lo stesso attraversamento, che non si può ricostruire in modo univoco un albero binario conoscendo solo il suo attraversamento in pre-ordine.

b. Descrivere poi un algoritmo ricorsivo che ricostruisca in modo univoco un albero binario del quale, oltre al suo attraversamento in pre-ordine, si conosce per ogni nodo se esso abbia figlio sinistro e/o figlio destro.

2. Scrivere e risolvere con il metodo della sostituzione l'equazione di ricorrenza che esprime il tempo di esecuzione della funzione **Analizzami**, dove A è un array di n interi:

```
Analizzami( $A, n$ )  
if  $n \leq 3$  then return ( $A[1]$ );  
 $j = 1$ ;  
while  $j \leq n$  do  
     $A[j] = A[j] - A[n - j]$ ;  
     $j = j * 3$   
for  $i = 1$  to 3 do  
     $A[i] = A[i] + A[i + 1]$ ;  
    Analizzami( $A, n/3$ );  
endfor
```

3. Siano A e B due **alberi binari di ricerca**. Gli alberi sono memorizzati con strutture a puntatore e le radici dei due alberi hanno un campo aggiuntivo NumNodi con il numero dei nodi dell'albero. Progettare un algoritmo che, presi in input A e B , dia in output un array **ordinato** contenente l'unione delle chiavi di A e B (senza ripetizioni). L'algoritmo deve avere tempo di esecuzione lineare nella somma del numero dei nodi dei due alberi. Dell'algoritmo presentato:

a. si dia la spiegazione a parole

b. si dimostri che ha l'andamento lineare atteso