

**Introduzione agli algoritmi prova del 31/5/2018**  
**T. Calamoneri - E. Fachini - R. Petreschi**

**Le soluzioni degli esercizi scritte in modo illeggibile o in cui compaiano solo conti o pseudocodice senza commenti e risposte non motivate saranno valutati 0. Prima di descrivere un algoritmo in pseudocodice si deve delineare l'idea algoritmica. Inoltre deve essere precisato l'output atteso da eventuali singole funzioni utilizzate, oltre agli eventuali vincoli sul loro input (precondizioni).**

1. Si risponda ad uno dei seguenti due quesiti:
  - a) Si definiscano gli alberi di Fibonacci e si dimostri che la loro altezza è logaritmica nel numero dei nodi.
  
  - b) Si dimostri che l'altezza di un albero rosso-nero è logaritmica nel numero dei nodi.
  
2. Si consideri la seguente funzione ricorsiva, si imposti e si risolva la relazione di ricorrenza che ne esprime il tempo di esecuzione.

MagicFunction (V, primo, ultimo)

input: V è un array di interi, primo e ultimo due interi che delimitano la porzione dell'array su cui la chiamata agisce, inizialmente primo = 0 e ultimo = n-1, se gli elementi sono n.

```
ultimo - primo + 1 = n
if n < 9 return
for i = primo to ultimo do
    j = primo
    while j ≤ ultimo do
        stampa (V [i] + V [j]);
        j = j+2
secondo = primo+n/3 -1;
terzo = secondo + n/3;
MagicFunction(V, primo, secondo);
MagicFunction(V, secondo+1, terzo);
MagicFunction(V, terzo+1, ultimo);
return
```

3. Dato un albero binario di ricerca T, a chiavi intere, e un intero k, si delinea un algoritmo che dia in output l'albero T privato dei nodi di chiave minore di k. Si calcoli il tempo di esecuzione asintotico dell'algoritmo proposto.