

Dispense per il corso di Introduzione agli Algoritmi

Corso di laurea in Informatica

G. Bongiovanni T. Calamoneri A. Monti

Questi appunti sono stati basati, nella loro prima stesura, sul libro di Cormen, Leiserson e Rivest, "Introduzione agli algoritmi", McGraw Hill.

A partire dall'A.A. 2021/22 sono stati inseriti dei riferimenti al Python, inclusi in rettangoli colorati. Lo scopo è quello di far comprendere agli studenti che abbiano già incontrato questo linguaggio di programmazione nel loro percorso di studi cosa si nasconde dietro ad alcuni metodi, che hanno fin ora solo utilizzato.

Questi appunti rispecchiano piuttosto fedelmente il livello di dettaglio che viene seguito durante le lezioni, e costituiscono un ausilio didattico allo studio.

Tuttavia, è importante chiarire che gli appunti non vanno intesi come sostitutivi della frequenza alle lezioni, che rimane

un fattore fondamentale per una buona comprensione degli argomenti trattati.

Questo testo vuole essere ad **alta leggibilità**. Nel passaggio a questa modalità potremmo avere introdotto degli errori; se doveste trovarne, per favore segnalateli. Inoltre, ogni suggerimento volto a migliorare la comprensibilità di questo documento è benvenuto.

Ogni tipo di contributo può essere inviato a:
calamo@di.uniroma1.it e monti@di.uniroma1.it.

Font ad alta leggibilità biancoenero®di biancoenero edizioni srl, disegnata da Umberto Mischì. Disponibile gratuitamente per chi ne fa un uso non commerciale. www.biancoeneroedizioni.com

Licenza 2014 Giancarlo Bongiovanni, Tiziana Calamoneri e Angelo Monti Distribuzione Creative Commons

Il lettore ha libertà di riprodurre, stampare, inoltrare via mail, fotocopiare, distribuire questa opera alle seguenti condizioni:

- **Attribuzione:** deve attribuire chiaramente la paternità dell'opera nei modi indicati dall'autore o da chi ha dato l'opera in licenza;
- **Non commerciale:** non può usare quest'opera per fini commerciali;
- **Non opere derivate:** Non può alterare o trasformare quest'opera, né usarla per crearne un'altra.

Licenza Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0).

Testo completo:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Indice

1	Introduzione	8
1.1	Algoritmi	9
1.2	Strutture dati	11
1.3	Efficienza	12
1.4	Problem solving e problemi computazionali	14
1.5	Modello del calcolatore	17
1.5.1	Memoria	17
1.5.2	Random Access Machine	21
2	Notazione Asintotica	25
2.1	Notazione O (limite asintotico superiore)	26
2.2	Notazione Ω (limite asintotico inferiore)	28
2.3	Notazione Θ (limite asintotico stretto)	29
2.4	Algebra sulla notazione asintotica	31
2.5	Calcolo della notazione asintotica tramite limiti	35
2.6	Alcune sommatorie notevoli	36
2.7	Valutazione del costo di un algoritmo	40
3	Il problema della ricerca	51
3.1	Ricerca sequenziale	52
3.2	Ricerca binaria	54
3.3	Una curiosità: ricerca in tempo costante	57

	5
4 La ricorsione	59
4.1 Funzioni matematiche ricorsive	60
4.2 Algoritmi ricorsivi	61
4.2.1 Calcolo del fattoriale	61
4.2.2 Ricerca sequenziale ricorsiva	65
4.2.3 Ricerca binaria ricorsiva	66
4.2.4 Calcolo dei numeri di Fibonacci	67
5 Equazioni di ricorrenza	71
5.1 Metodo di sostituzione	73
5.2 Metodo iterativo	77
5.3 Metodo dell'albero	81
5.4 Metodo del teorema principale	84
5.4.1 Enunciato del teorema principale	85
5.4.2 Dimostrazione del teorema principale (facoltativo)	92
6 Il problema dell'ordinamento	97
6.1 Algoritmi semplici	99
6.1.1 Insertion sort	99
6.1.2 Selection sort	102
6.1.3 Bubble sort	104
6.2 La complessità del problema dell'ordinamento . . .	105
6.3 Algoritmi efficienti	108
6.3.1 Mergesort	109
6.3.2 Quicksort	116

6.3.3	Heapsort	123
6.3.4	Ordinamento in tempo lineare: Counting e Bucket sort	131
7	Strutture dati fondamentali	137
7.1	Lista concatenata semplice	143
7.2	Lista doppia	149
7.3	Coda	151
7.4	Coda con priorità	153
7.5	Pila	154
7.6	Albero	160
7.6.1	Albero binario	164
7.6.2	Rappresentazione in memoria degli alberi bi- nari	167
7.6.3	Visita di alberi binari	170
7.6.4	Applicazione delle visite di alberi	175
8	Dizionari	177
8.1	Tabelle ad indirizzamento diretto	178
8.2	Tabelle hash	179
8.2.1	Risoluzione delle collisioni mediante liste di trabocco	183
8.2.2	Risoluzione delle collisioni mediante indi- rizzamento aperto	185
8.3	Alberi binari di ricerca	193
8.3.1	Ricerca in un albero binario di ricerca	195

8.3.2	Inserimento in un albero binario di ricerca .	198
8.3.3	Ricerca di minimo, massimo, predecessore e successore	200
8.3.4	Eliminazione in un albero di ricerca	203
8.4	Alberi AVL	206
8.4.1	Definizione di albero AVL	207
8.4.2	Gli alberi AVL sono alberi bilanciati	208
8.4.3	Ribilanciamento tramite rotazioni	211
8.4.4	Inserimento in alberi AVL e ribilanciamento	212
8.4.5	Cancellazione in alberi AVL e ribilanciamento	223
8.5	Alberi Red-Black	228