

Esercizi proposti in aula il 20 dicembre 2018.

Es.1

Si dimostri che la seguente funzione di riduzione dal problema del VERTEZ COVER al problema del CLIQUE è corretta e calcolabile in tempo polinomiale.

VERTEZ COVER \leq_p CLIQUE usando la funzione f così definita:
detta $\langle G, k \rangle$ un'istanza di VERTEZ COVER, con $G=(V, E)$ e $|V|=n$,

$$f(\langle G, k \rangle) = \langle G', k' \rangle,$$

dove $G'=(V', E')$, $V'=V$, $E'=\{\{u, v\} \mid \{u, v\} \text{ non è in } E\}$ e $k'=n-k$.

Es.2

Si consideri il problema dell'esistenza di un sottografo di un grafo G isomorfo a un dato grafo, $SOTTGI=\{\langle G, G' \rangle \mid G \text{ ha un sottografo isomorfo a } G'\}$.

Si dimostri che la seguente funzione di riduzione è corretta e calcolabile in tempo polinomiale.

CLIQUE \leq_p SOTTGI usando la funzione f così definita:

detta $\langle G, m \rangle$ un'istanza di CLIQUE, con $G=(V, E)$ e $|V|=n$,

$$f(\langle G, m \rangle) = \langle G, K_m \rangle,$$

dove K_m è il grafo completo con m vertici.

Si dimostri che SOTTGI è in NP.

Si spieghi perché basta la riduzione da CLIQUE per dimostrare che SOTTGI è NP-hard.

Es.3

Si considerino i seguenti problemi, varianti del problema dell'esistenza di un cammino hamiltoniano per grafi diretti.

DHAMS = $\{\langle G, s \rangle \mid G \text{ è un grafo diretto, } s \text{ è un vertice di } G \text{ e in } G \text{ c'è un cammino hamiltoniano che parte da } s\}$

DHAMT = $\{\langle G, t \rangle \mid G \text{ è un grafo diretto, } t \text{ è un vertice di } G \text{ e in } G \text{ c'è un cammino hamiltoniano che termina in } t\}$.

Si dimostri che la seguente funzione di riduzione è corretta e calcolabile in tempo polinomiale.

DHAMS \leq_p DHAMT usando la funzione f così definita:

detta $\langle G, s \rangle$ un'istanza di DHAMS,

$$f(\langle G, s \rangle) = \langle G', s \rangle,$$

dove G' è il grafo ottenuto da G invertendo la direzione degli archi.

Si dimostri che Si dimostri che DHAMS è in NP.

Si spieghi perché basta la riduzione da DHAMS per dimostrare che DHAMT è NP-hard, sapendo che DHMAS è NP hard.