

Esercizio 3

Si consideri il linguaggio $L = \{x \mid x \text{ è in } \{a,b\}^*, x = x^r \text{ e } |x| \text{ è dispari}\}$, dove x^r è la parola x letta da destra verso sinistra, e si costruisca una CFG G che lo genera, cioè tale che $L(G) = L$

Sol,

La grammatica deve generare le parole palindrome di lunghezza dispari. Quindi G deve generare parole del tipo xax^r o xbx^r . Con regole del tipo $S \rightarrow aSa$ e $S \rightarrow bSb$ si generano, applicandole ripetutamente, parole del tipo xSx^r , infatti ogni simbolo generato a sinistra di S e a destra di una parola già generata, viene generato a destra di S ma a sinistra della parola già generata.

Più formalmente $S \Rightarrow^* xSx^r \Rightarrow xaSax^r$ o $S \Rightarrow^* xSx^r \Rightarrow xbSbx^r$, e $xa = (ax)^r$ o $xb = (bx)^r$. Basterà quindi poi sostituire S con a o con b .

$G : S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b$

è la grammatica richiesta, cioè tale che $L(G) = L$.