Prova Scritta di Basi di Dati (I modulo) del 14 giugno 2016

Esercizio 1

Una base di dati contiene due variabili relazionali

Candidati	con schema	{nome, partito}
Votazioni	con schema	{nome, seggio, voti}

(Si supponga che non ci siano casi di omonimia.)

Si consideri l'espressione dell'algebra relazionale *E* così definita.

- E_1 = Candidati $\bowtie$ Votazioni
- $E_2 = \pi_{\text{partito,seggio,voti}}\ (E_1)$
- $E_3 = \rho_{\text{p:= partito, s:=seggio, v:= voti}}\ (E_2)$
- $E_4 = E_1 \bowtie E_3$
- $E_5 = \sigma_{s \neq \text{seggio}}\ (E_4)$
- $E_6 = \sigma_{v \leq \text{voti}}\ (E_4)$
- $E_7 = \sigma_{p \neq \text{partito}}\ (E_4)$
- $E_8 = E_5 \cup E_6 \cup E_7$
- $E_9 = E_8 \div E_3$
- $E = \pi_{\text{nome, partito}}\ (E_9)$

2.1 Si esprima in chiaro (cioè in italiano) qual è l'informazione richiesta dall'espressione *E*.

2.2 Si Costruisca un'espressione del Calcolo Relazionale che richieda le stesse informazioni e se ne costruisca l'albero sintattico.

Esercizio 2

La chiusura logica $\langle F \rangle_R$ di un insieme di dipendenze funzionali *F* rispetto ad un insieme di attributi *R* gode della seguente proprietà:

Se $\langle F \rangle_R$ contiene le dipendenze funzionali $X \rightarrow Y$ e $Y \rightarrow Z$ e se *W* è un sottoinsieme di $Y \cup Z$, allora $\langle F \rangle_R$ contiene anche la dipendenza funzionale $X \rightarrow W$.

Dimostrare questa proprietà usando *solo* la definizione di $\langle F \rangle_R$ come insieme delle dipendenze funzionali soddisfatte da ogni relazione conforme al modello [*R*, *F*].

Esercizio 3

Sia $R = \{A, B, C, D, E\}$. Si considerino i due modelli $M_1 = [R, F_1]$ e $M_2 = [R, F_2]$ dove

— $F_1 = \{A \to AC, B \to BCD, D \to CD\}$
— $F_2 = \{A \to AC, B \to BCD, D \to CD, X \to E\}$ dove X è un'incognita che rappresenta un singolo attributo presente in R.

Si assuma che entrambi i modelli siano in prima forma normale.

3.1 Trovare tutti i valori di X per i quali M_1 e M_2 hanno le stesse chiavi.

3.2 Nel modello M_2 si prenda $X = D$.

(*a*) Provare che M_2 non è in forma normale di Boyce-Codd.

(*b*) Provare che la scomposizione di M_2 indotta dal ricoprimento

$$\boldsymbol{S} = \{\{A, B, C\}, \{B, C, D\}, \{C, D, E\}\}$$

è conservativa; trovare poi quali delle tre proiezioni di M_2 sul ricoprimento

$$\{A, B, D\}, \{A, C\} \text{ e } \{C, D, E\}$$

sono in forma normale di Boyce-Codd e quali in terza forma normale.

Soluzioni

Esercizio 1

1.1 Trovare per ogni partito i nomi dei candidati che in almeno un seggio hanno avuto un numero di voti maggiore o uguale al numero dei voti riportati in quel seggio da tutti gli altri candidati dello stesso partito.

1.2 Espressione del Calcolo Relazionale

$$E = \{x(\text{nome, partito}) \mid f(x)\}$$

$f(x) =$ `Candidati`$(x) \wedge$

(∃ y(nome, seggio, voti)

`Votazioni`$(y) \wedge$

$y(\text{nome}) = x(\text{nome}) \wedge$

(∀ z(nome, seggio, voti)

$\neg$`Votazioni`$(z) \vee$

$z(\text{seggio}) \neq y(\text{seggio}) \vee$

$z(\text{voti}) \leq y(\text{voti}) \vee$

(∃ u(nome, partito)

`Candidati` $(u) \wedge$

$u(\text{nome}) = z(\text{nome}) \wedge$
$u(\text{partito}) \neq x(\text{partito}))))$

Esercizio 2

Nelle ipotesi che $\langle F \rangle_R$ contenga le dipendenze funzionali $X \rightarrow Y$ e $Y \rightarrow Z$ e che W sia un sottoinsieme di $Y \cup Z$, occorre dimostrare che ogni relazione con schema R che soddisfi tutte le dipendenze funzionali in F soddisfa anche la dipendenza funzionale $X \rightarrow W$. Sia r una qualsiasi di queste relazioni e siano t_1 e t_2 due qualsiasi sue ennuple che concordano su X, $t_1[X] = t_2[X]$. Siccome $X \rightarrow Y$ appartiene a $\langle F \rangle_R$ abbiamo che $t_1[Y] = t_2[Y]$; inoltre, siccome $Y \rightarrow Z$ appartiene a $\langle F \rangle_R$ abbiamo anche $t_1[Z] = t_2[Z]$. Dunque, $t_1[Y \cup Z] = t_2[Y \cup Z]$. Infine, siccome W è un sottoinsieme di $Y \cup Z$, abbiamo che $t_1[W] = t_2[W]$, la qual cosa dimostra che r soddisfa la dipendenza funzionale $X \rightarrow W$.

Esercizio 3

3.1 Il modello M_1 ha un'unica chiave ABE.

Per X uguale ad A o B o C o D, M_2 ha sempre un'unica chiave che è AB. Per $X = E$, M_2 ha un'unica chiave che è ABE. Dunque, solo per $X = E$, M_1 e M_2 hanno le stesse chiavi.

3.2 Per $X = D$, si ha $F_2 = \{A \rightarrow AC, B \rightarrow BCD, D \rightarrow CD, D \rightarrow E\}$.

(a) Siccome AB è la chiave di M_2, i determinanti sono tutte criticità per M_2 che dunque non è in forma normale di Boyce-Codd.

(b) Siccome F_2 è equivalente a $\{A \rightarrow C, B \rightarrow D, D \rightarrow C, D \rightarrow E\}$, la scomposizione conserva anche le dipendenze. Il test di conservazione dei dati dà esito positivo. Dunque, la scomposizione è conservativa.

La proiezione di M_2 su $\{A, B, D\}$ contiene la dipendenza funzionale $A \rightarrow D$ più altre ridondanti ed AB è l'unica chiave. Dunque, la proiezione di M_2 su $\{A, B, D\}$ non è in forma normale di Boyce-Codd ma è in terza forma normale.

La proiezione di M_2 su $\{A, C\}$ contiene la dipendenza funzionale $A \rightarrow C$ più altre ridondanti ed A è l'unica chiave. Dunque, la proiezione di M_2 su $\{A, B, D\}$ è in forma normale di Boyce-Codd.

La proiezione di M_2 su $\{C, D, E\}$ contiene la dipendenza $D \rightarrow CE$ più altre ridondanti, e D è l'unica chiave. Dunque, la proiezione di M_2 su $\{C, D, E\}$ è in forma normale di Boyce-Codd.