

Secondo esonero di Architetture degli Elaboratori I

Canale P-Z

9 Febbraio 2007

Compito A

Esercizio 1 (16 punti)

Progettare un circuito sequenziale che emetta 1 a seguito del riconoscimento **con sovrapposizione** delle seguenti sequenze di bit: 10, 001 e 11. Il circuito emette 0 altrimenti. Utilizzare Flip Flop di tipo JK. Ai fini della valutazione si terrà conto del numero di stati utilizzati per la realizzazione dell'automa.

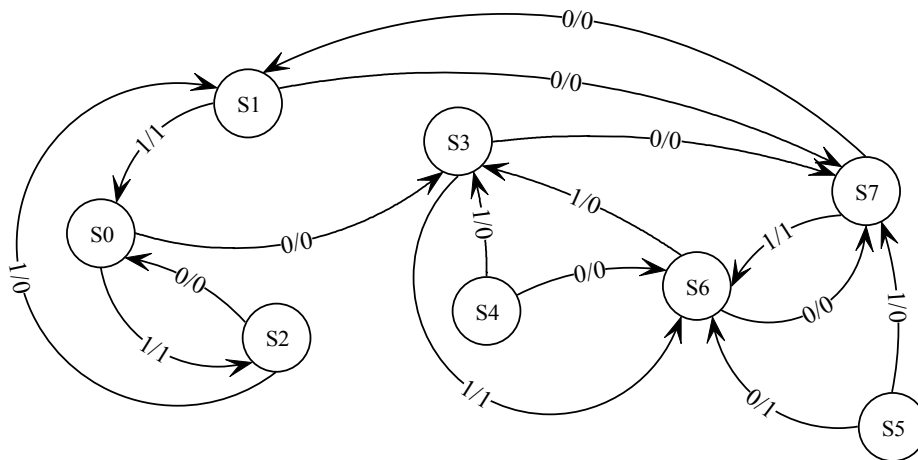
Esempio:

x: 100111100101

z: 010111110110

Esercizio 2 (14 punti)

Minimizzare il seguente automa usando il metodo di minimizzazione (tabella triangolare) visto a lezione.

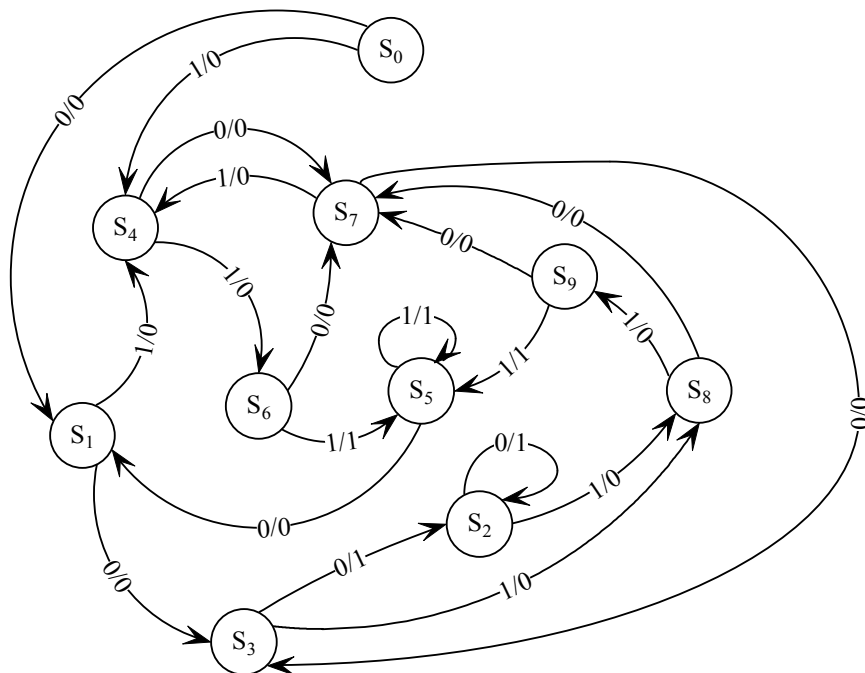


Secondo esonero di Architetture degli Elaboratori I
Canale P-Z
9 Febbraio 2007

Compito B

Esercizio 1 (14 punti)

Minimizzare il seguente automa usando il metodo di minimizzazione (tabella triangolare) visto a lezione. Quali sequenze riconosce l'automata?



Esercizio 2 (16 punti)

Progettare un circuito sequenziale che emetta 1 a seguito del riconoscimento **senza sovrapposizione** delle seguenti sequenze di bit: 10, 001 e 11. Il circuito emette 0 altrimenti. Utilizzare Flip Flop di tipo JK. Ai fini della valutazione si terrà conto del numero di stati utilizzati per la realizzazione dell'automata.

Esempio:

x: 100111100101
z: 010010100100

Esame di Architetture degli Elaboratori I
Canale P-Z
9 Febbraio 2007

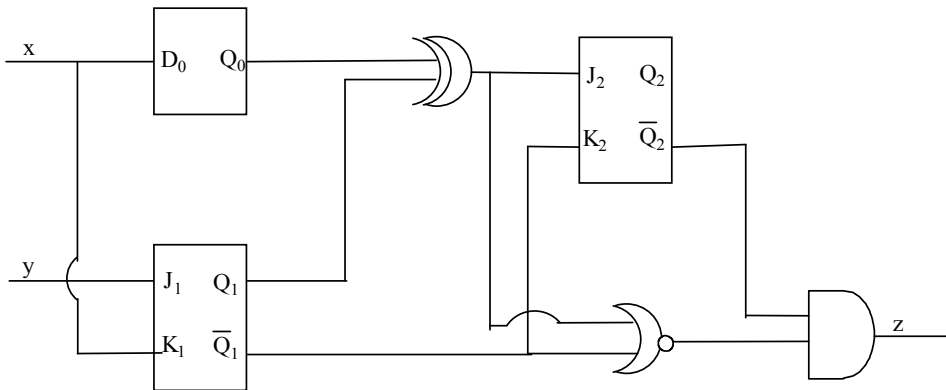
Compito C

Esercizio 1 (14 punti)

Si progetti un comparatore aritmetico sequenziale. Il comparatore riceve due stringhe di ingresso $X(n)=x_0x_1\dots x_n \dots$ $Y(n)=y_0y_1\dots y_n$ (x_i, y_i rappresentano la coppia di bit ricevuta nell'istante t_i), e produce in ogni istante t_i un'uscita $z_i=1$ sse la stringa $X(i)>Y(i)$ (quindi verifica una maggioranza stretta).

Esercizio 2 (12 punti)

Analizzare il seguente circuito sequenziale, ricavando la tabella degli stati futuri e l'automa associato.



Esercizio 3 (4 punti)

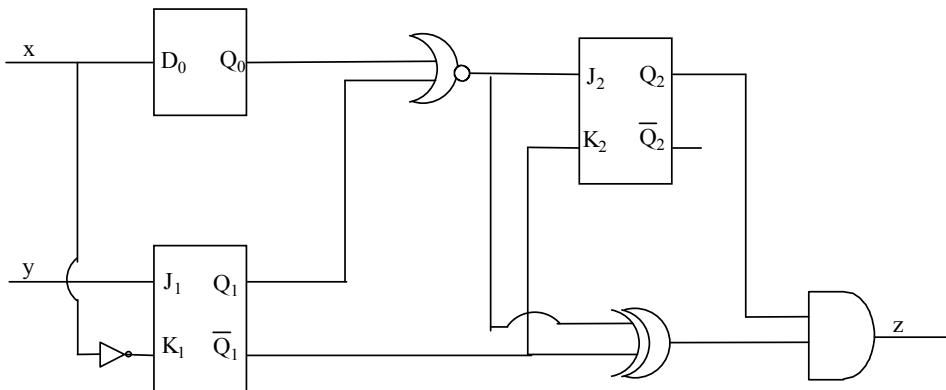
Convertire in virgola mobile il numero 127,78 utilizzando 10 bit per la mantissa, 5 bit per l'esponente e 1 per il segno. Si ha perdita di precisione? Giustificare la risposta.

Esame di Architetture degli Elaboratori I
Canale P-Z
9 Febbraio 2007

Compito D

Esercizio 1 (12 punti)

Analizzare il seguente circuito sequenziale, ricavando la tabella degli stati futuri e l'automa associato.



Esercizio 2 (14 punti)

Progettare un circuito sequenziale che emetta 1 a seguito del riconoscimento **con sovrapposizione** delle seguenti sequenze di bit: 100, 001 e 11. Il circuito emette 0 altrimenti. Utilizzare Flip Flop di tipo JK. Ai fini della valutazione si terrà conto del numero di stati utilizzati per la realizzazione dell'automa.

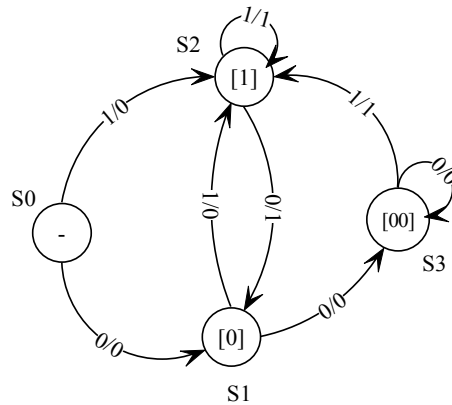
Esercizio 3 (4 punti)

Convertire in virgola mobile il numero 105,125 utilizzando 10 bit per la mantissa, 5 bit per l'esponente e 1 per il segno. Si ha perdita di precisione? Giustificare la risposta.

Soluzioni Compito A

Soluzione Esercizio 1

L'automa è il seguente:



Sono sufficienti due flip flop di tipo JK.

$Q_1(t)$	$Q_0(t)$	x	J_1	K_1	J_0	K_0	$Q_1(t+1)$	$Q_0(t+1)$	z
0	0	0	0	X	1	X	0	1	0
0	0	1	1	X	0	X	1	0	0
0	1	0	1	X	X	0	1	1	0
0	1	1	1	X	X	1	1	0	0
1	0	0	X	1	1	X	0	1	1
1	0	1	X	0	0	X	1	0	1
1	1	0	X	0	X	0	1	1	0
1	1	1	X	0	X	1	1	0	1

Le espressioni booleane minimizzate sono:

$Q_0(t) \backslash x$	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	X	X	X	X

$$J_1 = x + Q_0$$

$Q_0(t) \backslash x$	00	01	11	10
0	X	X	X	X
1	1	0	0	0

$$K_1 = \overline{Q_0}x$$

$Q_0(t) \times Q_1(t)$	00	01	11	10
0	1	0	X	X
1	1	0	X	X

$$J_0 = \bar{x}$$

$Q_0(t) \times Q_1(t)$	00	01	11	10
0	X	X	1	0
1	X	X	1	0

$$K_0 = x$$

$Q_0(t) \times Q_1(t)$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	0

$$z = Q_1(\overline{Q_0 + x})$$

Il disegno del circuito è immediato.

Soluzione Esercizio 2

S1	(3,7) (0,2)						
S2	X	X					
S3	(3,7) (2,6)	(7,7) (0,6)	X				
S4	X	X	(6,6) (1,3)	X			
S5	X	X	X	X	X		
S6	X	X	(0,7) (1,3)	X	(3,3) (6,7)	X	
S7	(1,3) (2,6)	(0,0) (0,6)	X	(1,7) (6,6)	X	X	X
	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6

L'automa non è minimizzabile.

Soluzioni Compito B

Soluzione Esercizio 1

S1	(1,3) (4,4)								
S2	X	X							
S3	X	X	X						
S4	(1,7) (4,6)	(3,7) (4,6)	X	X					
S5	X	X	X	X	X				
S6	X	X	X	X	X	(1,7) (5,5)			
S7	(1,3) (4,4)	O	X	X	(7,3) (6,4)	X	X		
S8	(1,7) (4,9)	(3,7) (4,9)	X	X	O	X	X	(3,7) (4,9)	
S9	X	X	X	X	X	(1,7) (5,5)	O	X	X
	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8

da cui si ottengono i seguenti stati:

$$S_0' = \{ S_0 \}$$

$$S_1' = \{ S_1, S_7 \}$$

$$S_2' = \{ S_2, S_3 \}$$

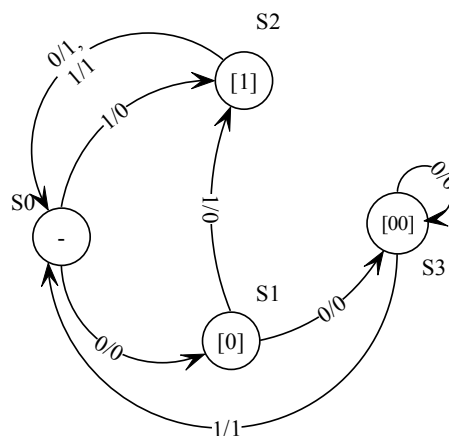
$$S_3' = \{ S_4, S_8 \}$$

$$S_4' = \{ S_5, S_6, S_9 \}$$

L'automa riconosce le sequenze 111...1 e 000...0 (di lunghezza almeno 3).

Soluzione Esercizio 2

L'automa è il seguente:



Sono sufficienti due flip flop di tipo JK.

$Q_1(t)$	$Q_0(t)$	x	J_1	K_1	J_0	K_0	$Q_1(t+1)$	$Q_0(t+1)$	z
0	0	0	0	X	1	X	0	1	0
0	0	1	1	X	0	X	1	0	0
0	1	0	1	X	X	0	1	1	0
0	1	1	1	X	X	1	1	0	0
1	0	0	X	1	0	X	0	0	1
1	0	1	X	1	0	X	0	0	1
1	1	0	X	0	X	0	1	1	0
1	1	1	X	1	X	1	0	0	1

Le espressioni booleane minimizzate sono:

$Q_0(t) \times$ $Q_1(t)$	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	X	X	X	X

$$J_1 = x + Q_0$$

$Q_0(t) \times$ $Q_1(t)$	00	01	11	10
0	X	X	X	X
1	1	1	1	0

$$K_1 = \overline{Q_0} + x$$

$Q_0(t) \times$ $Q_1(t)$	00	01	11	10
0	1	0	X	X
1	0	0	X	X

$$J_0 = \overline{Q_1}x$$

$Q_0(t) \times$ $Q_1(t)$	00	01	11	10
0	X	X	1	0
1	X	X	1	0

$$K_0 = x$$

$Q_0(t) \times$	00	01	11	10
$Q_1(t)$				
0	0	0	0	0
1	1	1	1	0

$$z = Q_1(\overline{Q_0} + x)$$

Il disegno del circuito è immediato.

Soluzioni Compito C

Soluzione Esercizio 1

Si noti che l'automa richiesto è sequenziale e si realizza mediante due stati che memorizzano rispettivamente il caso in cui la prima stringa $x_0...x_i$ è maggiore e minore o uguale di $y_0...y_i$. Vedere appunti delle lezioni.

Soluzione Esercizio 2

Le espressioni booleane sono le seguenti:

$$D_0 = K_1 = x$$

$$J_1 = y$$

$$J_2 = Q_0 \oplus Q_1$$

$$K_2 = \overline{Q_1}$$

$$z = \overline{Q_2}(\overline{Q_1} + (Q_0 \oplus Q_1))$$

Il circuito ha 3 flip flop, quindi abbiamo 8 stati diversi.

Tabella delle transizioni:

$Q_2(t)$	$Q_1(t)$	$Q_0(t)$	x	y	J_2	K_2	J_1	K_1	D_0	$Q_2(t+1)$	$Q_1(t+1)$	$Q_0(t+1)$	z
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0

1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0

La tabella degli stati futuri è la seguente:

	00	01	10	11
S0 (000)	S0	S2	S1	S3
S1 (001)	S4	S6	S5	S7
S2 (010)	S6	S6	S5	S5
S3 (011)	S2	S2	S1	S1
S4 (100)	S0	S2	S1	S3
S5 (101)	S0	S2	S1	S3
S6 (110)	S6	S6	S5	S5
S7 (111)	S6	S6	S5	S5

Il disegno dell'automa è immediato.

Soluzione Esercizio 3

$$127 / 2 = 63 \text{ (resto 1)}$$

$$63 / 2 = 31 \text{ (resto 1)}$$

$$31 / 2 = 15 \text{ (resto 1)}$$

$$15 / 2 = 7 \text{ (resto 1)}$$

$$7 / 2 = 3 \text{ (resto 1)}$$

$$3 / 2 = 1 \text{ (resto 1)}$$

$$1 / 2 = 0 \text{ (resto 1)}$$

$$0,78 \times 2 = 1,56$$

$$0,56 \times 2 = 1,12$$

$$0,12 \times 2 = 0,24$$

$$0,24 \times 2 = 0,48$$

$$0,48 \times 2 = 0,96$$

$$0,96 \times 2 = 1,92$$

$$127,78 = 1111111,110001\dots$$

$$1111111,110001 = 0,1111111110001 \times 2^7 = \langle 0, 1111111110, 00111 \rangle$$

Si ha perdita di precisione in quanto i bit per la mantissa non sono sufficienti a rappresentare il numero iniziale.

Soluzioni Compito D

Soluzione Esercizio 1

Le espressioni booleane sono le seguenti:

$$D_0 = x$$

$$J_1 = \overline{y}$$

$$K_1 = x$$

$$J_2 = \overline{Q_0} + Q_1$$

$$K_2 = Q_1$$

$$z = Q_2(Q_0 + Q_1 \oplus \overline{Q_1})$$

Il circuito ha 3 flip flop, quindi abbiamo 8 stati diversi.

Tabella delle transizioni:

Q ₂ (t)	Q ₁ (t)	Q ₀ (t)	x	y	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁	D ₀	Q ₂ (t+1)	Q ₁ (t+1)	Q ₀ (t+1)	z
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1

1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0

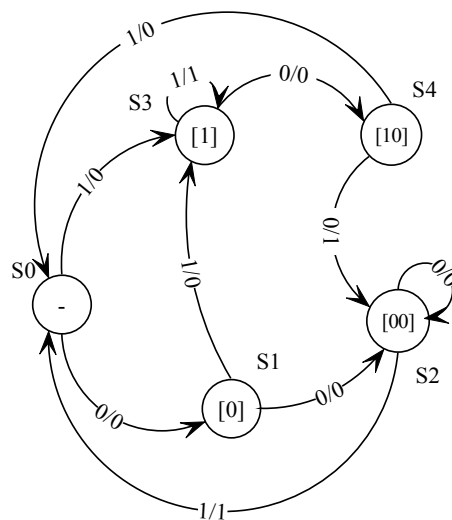
La tabella degli stati futuri è la seguente:

	00	01	10	11
S0 (000)	S4	S6	S5	S7
S1 (001)	S0	S2	S1	S3
S2 (010)	S0	S0	S3	S3
S3 (011)	S0	S0	S3	S3
S4 (100)	S0	S2	S1	S3
S5 (101)	S0	S2	S1	S3
S6 (110)	S4	S4	S7	S7
S7 (111)	S4	S4	S7	S7

Il disegno dell'automa è immediato.

Soluzione Esercizio 2

L'automa è il seguente:



Servono tre flip flop di tipo JK per la realizzazione del circuito:

Q ₂ (t)	Q ₁ (t)	Q ₀ (t)	x	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁	J ₀	K ₀	Q ₂ (t+1)	Q ₁ (t+1)	Q ₀ (t+1)	z
0	0	0	0	0	X	0	X	1	X	0	0	1	0
0	0	0	1	0	X	1	X	1	X	0	1	1	0
0	0	1	0	0	X	1	X	X	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	X	1	X	X	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	X	X	0	0	X	0	1	0	0
0	1	0	1	0	X	X	1	0	X	0	0	0	1
0	1	1	0	1	X	X	1	X	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	X	X	0	X	0	0	1	1	1
1	0	0	0	X	1	1	X	0	X	0	1	0	1
1	0	0	1	X	1	0	X	0	X	0	0	0	0
1	0	1	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	0	1	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Le espressioni booleane minimizzate sono:

Q ₀ (t) x	00	01	11	10
Q ₂ (t)Q ₁ (t)	00	0	0	0
	01	0	0	0
	11	X	X	X
	10	X	X	X

$$J_2 = Q_1 Q_0 \bar{x}$$

Q ₀ (t) x	00	01	11	10
Q ₂ (t)Q ₁ (t)	00	X	X	X
	01	X	X	X
	11	X	X	X
	10	1	1	X

$$K_2 = 1$$

$Q_0(t)x$ $Q_2(t)Q_1(t)$	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	X	X	X	X
11	X	X	X	X
10	1	0	X	X

$$J_1 = Q_2 \bar{x} + Q_0 + \bar{Q}_2 x = Q_2 \oplus x + Q_0$$

$Q_0(t)x$ $Q_2(t)Q_1(t)$	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	0	1	0	1
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$K_1 = \bar{Q}_0 x + Q_0 \bar{x} = Q_0 \oplus x$$

$Q_0(t)x$ $Q_2(t)Q_1(t)$	00	01	11	10
00	1	1	X	X
01	0	0	X	X
11	X	X	X	X
10	0	0	X	X

$$J_0 = \bar{Q}_2 \bar{Q}_1$$

$Q_0(t)x$ $Q_2(t)Q_1(t)$	00	01	11	10
00	X	X	0	1
01	X	X	0	1
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$K_0 = \bar{x}$$

$Q_0(t)x$ $Q_2(t)Q_1(t)$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	X	X	X	X
10	1	0	X	X

$$z = Q_2 \bar{x} + Q_1 x$$

Il disegno del circuito è immediato.

Soluzione Esercizio 3

$$105 / 2 = 52 \text{ (resto 1)}$$

$$52 / 2 = 26 \text{ (resto 0)}$$

$$26 / 2 = 13 \text{ (resto 0)}$$

$$13 / 2 = 6 \text{ (resto 1)}$$

$$6 / 2 = 3 \text{ (resto 0)}$$

$$3 / 2 = 1 \text{ (resto 1)}$$

$$1 / 2 = 0 \text{ (resto 1)}$$

$$0,125 \times 2 = 0,25$$

$$0,25 \times 2 = 0,5$$

$$0,5 \times 2 = 1,0$$

$$105,125 = 1101001,001$$

$$1101001,001 = 0,1101001001 \times 2^7 = \langle 0, 1101001001, 00111 \rangle$$

Non si ha perdita di precisione in quanto i bit per la mantissa sono sufficienti a rappresentare il numero iniziale.