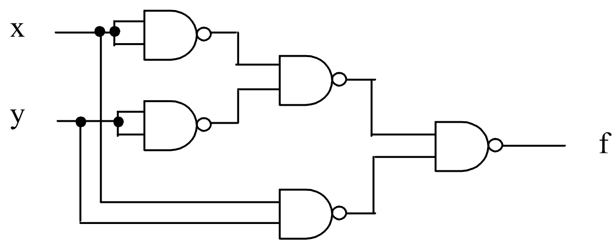
COMPITO A

Esercizio 1 (5 punti)
Siano dati i valori **W = 27** e **Z = –21**.

- Dare la rappresentazione in complemento a 2 dei valori e mostrare che la rappresentazione trovata è corretta.

Esercizio 2A
Analizzare il seguente circuito:



Ricavare dapprima la Espressione Booleana completa, quindi minimizzare.

Esercizio 3 (punti 15)
Siano dati due valori interi A={a_1, a_0} e B={b_1, b_0}, rappresentati ciascuno con due bit nella codifica binaria, si vuol calcolare il numero Y={y_3, y_2, y_1, y_0}, rappresentato nella codifica in complemento a due con 4 bit. Il valore Y è ottenuto come risultato della funzione:

$$Y = F(A,B) = A-B+1$$

NOTA: nei casi in cui la funzione produce un valore fuori dal range di rappresentazione di Y, si consideri il valore Y come non definito (don't care).
NOTA: i don’t care si usano nelle ROM e MUX fissando di volta in volta il valore che è più utile

Si progetti il circuito combinatorio che calcola Y nei tre modi:

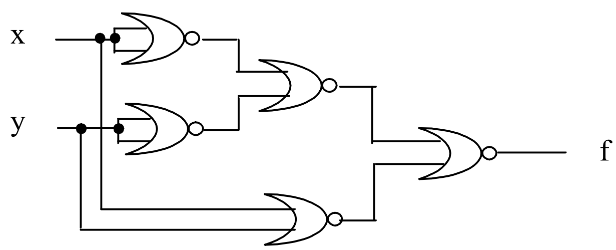
- con una ROM
- con una PLA
- con multiplexers 8-a-1

COMPITO B

Esercizio 1 (8 punti)
Data la seguente tabella di verità ricavare la forma canonica congiuntiva e disgiuntiva. Ricavare poi la EB minima usando le mappe di Karnaugh.

a	b	c	y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Esercizio 2 (7 punti):
Analizzare il seguente circuito:



Ricavare dapprima la Espressione Booleana completa, quindi minimizzare.

Esercizio 3 (punti 15)
Sia dato un valore intero A={a_3, a_2, a_1, a_0}, rappresentato con quattro bit nella codifica in <u>complemento a due</u>, si vuol calcolare il numero Y={y_3, y_2, y_1, y_0}, rappresentato nella codifica <u>binaria</u> con 4 bit. Il valore Y è ottenuto come risultato della funzione:

$$Y = F(A) = (2*A + 5) \bmod 5$$

NOTA: la funzione **A mod B** (modulo) calcola il <u>resto positivo</u> della <u>divisione intera</u> A/B.
Esempi:

22 mod 19 = 3 94 mod 16 = 14 4 mod 9 = 4 -3 mod 7 = 4 -35 mod 19 = 3

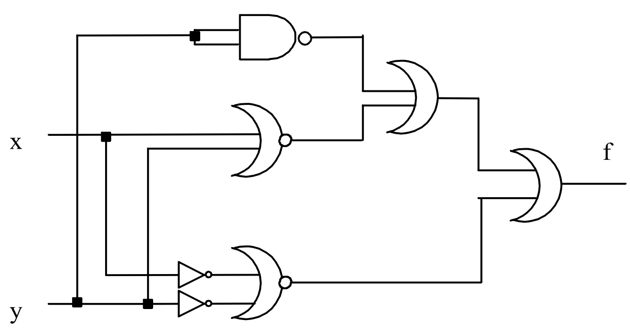
mod(A,B) e' la quantità che eccede (=resto) il più grande intero multiplo del divisore B, che non sia più grande di tale multiplo. Ad esempio, -3 giace fra -7 =$(7 \times (-1))$ e 0 ($7 \times 0 = 0$). Il più grande fra questi multipli è -7 e fra -7 e -3 "l'eccesso" è 4. Analogamente, - 35 giace fra -38 e -19, rispetto a -38 l'eccesso è 3.

Si progetti il circuito combinatorio che calcola Y nei tre modi:
- con una ROM
- con una PLA
- con multiplexers 8-a-1

COMPITO C

Esercizio 1
Trovare la rappresentazione binaria di 56,83 in virgola fissa quattro bit di precisione.

Esercizio 2
Analizzare il seguente circuito:



Ricavare dapprima l'Espressione Booleana completa, quindi minimizzare.

Esercizio 3 (punti 15)
Siano dati due valori interi positivi A={a_1, a_0} e B={b_1, b_0}, rappresentati ciascuno con due bit nella codifica binaria, si vuol calcolare il numero Y={y_3, y_2, y_1, y_0}, rappresentato nella codifica in <u>complemento a due</u> con 4 bit. Il valore Y è ottenuto come risultato della funzione:

$$Y = F(A,B) = A + B - 1$$

NOTA: nei casi in cui la funzione produce un valore fuori dal range di rappresentazione di Y, si consideri il valore Y come non definito (don't care).
NOTA: i don't care si usano nelle ROM e MUX fissando di volta in volta il valore che è più utile

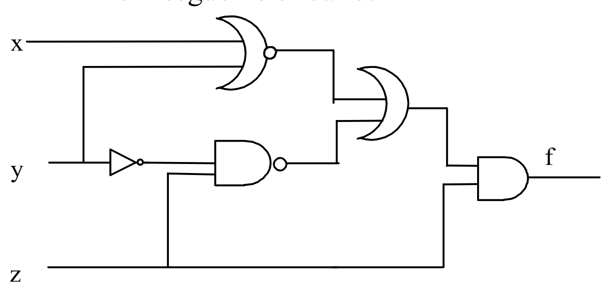
Si progetti il circuito combinatorio che calcola Y nei tre modi:
- con una ROM
- con una PLA
- con multiplexers 8-a-1

COMPITO D

Esercizio 1
Trovare la rappresentazione binaria di 47,76 in virgola fissa quattro bit di precisione.

Esercizio 2D

Analizzare il seguente circuito:



Ricavare dapprima l'Espressione Booleana completa, quindi minimizzare.

Esercizio 3 (punti 15)
Dato un valore intero A={a_3, a_2, a_1, a_0}, rappresentato con quattro bit nella codifica <u>binaria</u>, si vuol calcolare il numero Y={y_3, y_2, y_1, y_0}, rappresentato nella codifica <u>complemento a due</u> con 4 bit. Il valore Y è ottenuto come risultato della funzione:

$$Y = F(A) = (2*A - 5) \bmod 5$$

NOTA: la funzione **A mod B** (modulo) calcola il <u>resto positivo</u> della <u>divisione intera</u> A/B.
Esempi:

22 mod 19 = 3 94 mod 16 = 14 4 mod 9 = 4 -3 mod 7 = 4 -35 mod 19 = 3

NOTA: mod(A,B) e' la quantità che eccede (=il resto) il più grande intero multiplo del divisore B, che non sia più grande di tale multiplo. Ad esempio, -3 giace fra -7 =$(7\times(-1))$ e 0 ($7\times 0 = 0$). Il più grande fra questi multipli è -7 e fra -7 e -3 "l'eccesso" è 4.

NOTA: i don't care si usano nelle ROM e MUX fissando di volta in volta il valore che è più utile

Si progetti il circuito combinatorio che calcola Y nei tre modi:
- con una ROM
- con una PLA
- con multiplexers 8-a-1

Soluzioni compito A

Soluzione 1A

Dividendo ripetutamente 27 per due e concatenando i resti si ottiene 11011 . In Ca2, bisogna anteporre uno zero 011011

$$-2^5 \times b_5 + \sum_{i=0}^{4} 2^i \times b_i = 16+8+2+1 = 27$$

Dividendo ripetutamente 21 per 2 e concatenando i resti si ottiene 10101. + 21 è 010101
Per ottenere – 21 bisogna complementare la stringa e sommare 1, in quanto in Ca2 si ha:

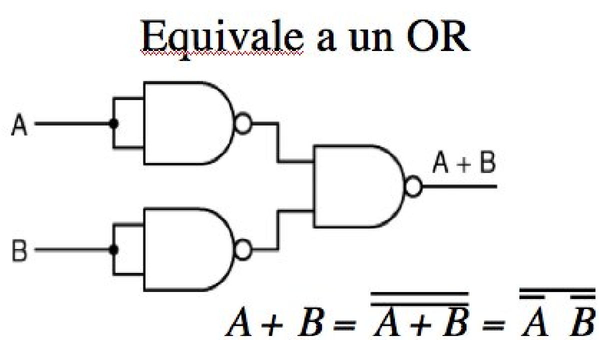
$$-N = \overline{N} + 1$$

perciò -21 in Ca2 è 101011

Utilizzando la stessa formula sopra, si ottiene: -32+8+2+1= -21

Soluzione 2A

Osservate che:



Dunque:

$$\overline{\left(\overline{x}\cdot\overline{y}\right)\cdot\left(\overline{x\cdot y}\right)} = \overline{\left(x+y\right)\left(\overline{x}+\overline{y}\right)} = x\cdot y + \overline{x}\cdot\overline{y} = xXNORy$$

Soluzione 3A

b_1b_0 a_1a_0	A-B+1	y_3y_2, y_1, y_0
00 00	1	0001
00 01	2	0010
00 10	3	0011
00 11	4	0100

01 00	0	0000
01 01	1	0001
01 10	2	0010
01 11	3	0011
10 00	-1	1111
10 01	0	0000
10 10	1	0001
10 11	2	0010
11 00	-2	1110
11 01	-1	1111
11 10	0	0000
11 11	1	0001

Mappe di Karnaugh :

$$y_0 = \overline{b_0}\,\overline{a_0} + b_0 a_0$$

$b_1b_0\backslash a_1a_0$	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

$$y_1 = \overline{b_1}\,\overline{b_0}\,\overline{a_1} a_0 + \overline{b_1} a_1 \overline{a_0} + \overline{b_1} b_0 a_1 + b_1 \overline{a_1}\,\overline{a_0} + b_1 b_0 \overline{a_1} + b_1 \overline{b_0} a_1 a_0$$

$b_1b_0\backslash a_1a_0$	00	01	11	10
00		1		1
01			1	1
11	1	1		
10	1		1	

$$y_2 = \overline{b_1}\,\overline{b_0} a_1 a_0 + b_1 b_0 \overline{a_1} + b_1 \overline{a_1}\,\overline{a_0}$$

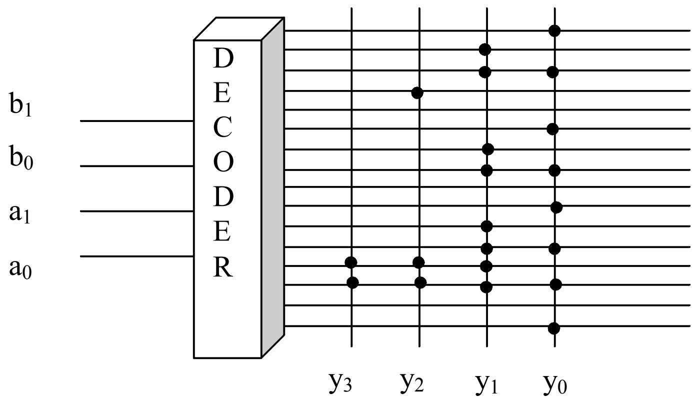
$b_1b_0\backslash a_1a_0$	00	01	11	10
00			1	
01				
11	1	1		
10	1			

$$y_3 = b_1 b_0 \overline{a_1} + b_1 \overline{a_1}\,\overline{a_0}$$

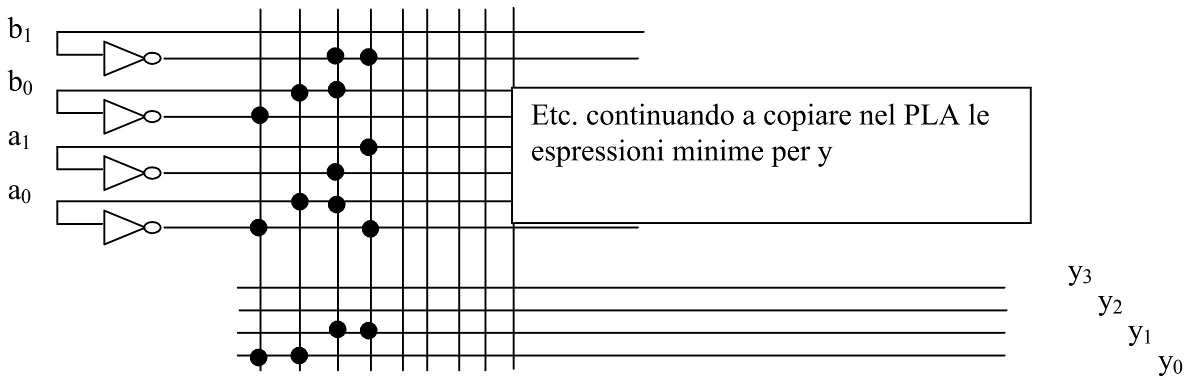
$b_1b_0\backslash a_1a_0$	00	01	11	10
00				
01				
11	1	1		
10	1			

Realizzazione dei circuiti:

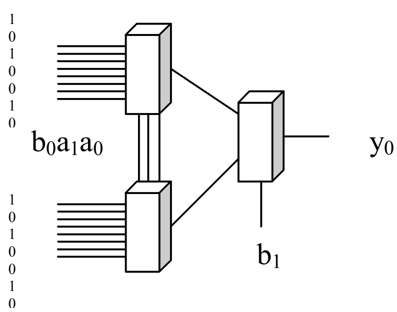
Mediante ROM è sufficiente copiare sul lato destro la tabella di verità



Mediante PLA



Mediante Multiplexer



Analogamente per gli altri bit

Soluzioni compito B

Soluzione 1B

In forma SOP abbiamo $\overline{a}\overline{b}\overline{c} + \overline{a}b\overline{c} + a\overline{b}\overline{c} + ab\overline{c}$.

In forma POS: $(a+b+\overline{c})(a+\overline{b}+\overline{c})(\overline{a}+b+\overline{c})(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c})$

a\bc	**00**	**01**	**11**	**10**
0	1	0	0	1
1	1	0	0	1

L'espressione minimizzata è pertanto $\bar{c}$

Soluzione 2B

$$\overline{\left(\overline{\overline{(x+x)}+\overline{(y+y)}}\right)+\overline{(x+y)}}=\overline{\overline{(\bar{x}+\bar{y})}+\overline{(x+y)}}=\overline{\overline{(\bar{x}+\bar{y})\cdot(x+y)}}=(\bar{x}y+x\bar{y})=xXORy$$

Es. 3B

$a_3a_2\ a_1a_0$	A	N=2A+5	Nmod5	$y_3y_2,\ y_1,\ y_0$
00 00	0	5	0	0000
00 01	1	7	2	0010
00 10	2	9	4	0100
00 11	3	11	1	0001
01 00	4	13	3	0011
01 01	5	15	0	0000
01 10	6	17	2	0010
01 11	7	19	4	0100
10 00	-8	-11	4	0100
10 01	-7	-9	1	0001
10 10	-6	-7	3	0011
10 11	-5	-5	0	0000
11 00	-4	-3	2	0010
11 01	-3	-1	4	0100
11 10	-2	1	1	0001
11 11	-1	3	3	0011

Mappe di Karnaugh :

$$y_0=\overline{b_1}\,\overline{b_0}a_1a_0+\overline{b_1}b_0\overline{a_1}\,\overline{a_0}+b_1b_0a_1+b_1a_1\overline{a_0}+b_1\overline{b_0}\,\overline{a_1}a_0$$

$b_1b_0 \backslash a_1a_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00			1	
01	1			
11			1	1
10		1		1

$$y_1=\overline{b_1}\,\overline{b_0}\,\overline{a_1}a_0+\overline{b_1}b_0\overline{a_0}+b_0\overline{a_1}\,\overline{a_0}+b_1b_0a_1a_0+b_1\overline{b_0}a_1\overline{a_0}$$

$b_1b_0 \backslash a_1a_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00		1		
01	1			1
11	1		1	
10				1

$$y_2=\overline{b_1}\,\overline{b_0}a_1\overline{a_0}+\overline{b_1}b_0a_1a_0+b_1b_0\overline{a_1}a_0+b_1\overline{b_0}\,\overline{a_1}\,\overline{a_0}$$

$b_1b_0\backslash a_1a_0$	00	01	11	10
00				1
01			1	
11		1		
10	1			

$y_3 = 0$

Per i circuiti vedere analogo esercizioo del compito A.

Soluzioni compito C

Soluzione 1C:
La rappresentazione binaria di 56,83 è 111000,1101

Per ottenere tale rappresentazione si procede separatamente per la parte intera e per la parte frazionaria.

Parte intera:

56:2 = 28 con resto 0
28:2 = 14 con resto 0
14:2 = 7 con resto 0
7:2 = 3 con resto 1
3:2 = 1 con resto 1
1:2 = 0 con resto 1

quindi la rappresentazione binaria di 56 è 111000

Parte frazionaria:

0,83 x 2 = 1,66
0,66 x 2 = 1,32
0,32 x 2 = 0,64
0,64 x 2 = 1,28

quindi la rappresentazione binaria di 0,83 è 0,1101

Soluzione 2C

$$f = (\overline{(x+y)} + \overline{(y \cdot y)}) + \overline{(\bar{x} + \bar{y})}) = ((\bar{x} \cdot \bar{y}) + \bar{y}) + x \cdot y = \bar{y} + xy$$

Soluzione 3C

b_1b_0 a_1a_0	A-B+1	y_3y_2, y_1, y_0
00 00	-1	1111
00 01	0	0000
00 10	1	0001

00 11	2	0010
01 00	0	0000
01 01	1	0001
01 10	2	0010
01 11	3	0011
10 00	1	0001
10 01	2	0010
10 10	3	0011
10 11	4	0100
11 00	2	0010
11 01	3	0011
11 10	4	0100
11 11	5	0101

Mappe di Karnaugh :

$$y_0 = b_0 a_0 + \overline{b_0}\,\overline{a_0}$$

$\mathbf{b_1 b_0 \backslash a_1 a_0}$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

$$y_1 = \overline{b_1} b_0 a_1 + \overline{b_1} a_1 a_0 + \overline{b_1}\,\overline{b_0}\,\overline{a_1}\,\overline{a_0} + b_1 b_0 \overline{a_1} + b_1 \overline{a_1} a_0 + b_1 \overline{b_0} a_1 \overline{a_0}$$

$\mathbf{b_1 b_0 \backslash a_1 a_0}$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1		1	
01			1	1
11	1	1		
10		1		1

$$y_1 = \overline{b_1}\,\overline{b_0}\,\overline{a_1}\,\overline{a_0} + b_1 b_0 a_1 + b_1 a_1 a_0$$

$\mathbf{b_1 b_0 \backslash a_1 a_0}$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1			
01				
11			1	1
10			1	

$$y_3 = \overline{b_1}\,\overline{b_0}\,\overline{a_1}\,\overline{a_0}$$

$\mathbf{b_1 b_0 \backslash a_1 a_0}$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1			
01				

11				
10				

Per i circuiti vedere analogo esercizioo del compito A.

Soluzioni compito D

Soluzione 1D

La rappresentazione binaria di 47,76 è 101111,1100

Per ottenere tale rappresentazione si procede separatamente per la parte intera e per la parte frazionaria.

Parte intera:

47:2 = 23 con resto 1
23:2 = 11 con resto 1
11:2 = 5 con resto 1
5:2 = 2 con resto 1
2:2 = 1 con resto 0
1:2 = 0 con resto 1

quindi la rappresentazione binaria di 47 è 101111

Parte frazionaria:

0,76 x 2 = 1,52
0,52 x 2 = 1,04
0,4 x 2 = 0,08
0,08 x 2 = 0,16

quindi la rappresentazione binaria di 0,76 è 0,1100

Soluzione 2D

$$f = (\overline{(x+y)} + \overline{(\bar{y}\cdot z)})\cdot z = (\bar{x}\cdot\bar{y} + y + \bar{z})\cdot z = \overline{xy}z + yz = (\overline{xy} + y)\cdot z =$$
$$(\overline{xy} + y(1+\bar{x}))\cdot z = (\bar{x} + y)\cdot z = \bar{x}z + yz$$

Soluzione 3D

b_1b_0 a_1a_0	2A-5	(2A-5)MOD 5	y_3y_2, y_1, y_0
00 00	-5	0	0000
00 01	-3	2	0010
00 10	-1	4	0100
00 11	1	1	0001
01 00	3	3	0011
01 01	5	0	0000
01 10	7	2	0010

01 11	9	4	0100
10 00	11	1	0001
10 01	13	3	0011
10 10	15	0	0000
10 11	17	2	0010
11 00	19	4	0100
11 01	21	1	0001
11 10	23	3	0011
11 11	25	0	0000

Mappe di Karnaugh :

$$y_0 = \overline{b_1}\,\overline{b_0} a_1 a_0 + \overline{b_1} b_0 \overline{a_1}\,\overline{a_0} + b_1 b_0 a_1 \overline{a_0} + b_1 \overline{b_0}\,\overline{a_1} + b_1 \overline{a_1} a_0$$

b₁b₀\a₁a₀	**00**	**01**	**11**	**10**
00			1	
01	1			
11		1		1
10	1	1		

$$y_1 = \overline{b_0}\,\overline{a_1} a_0 + \overline{b_1} b_0 \overline{a_0} + b_0 a_1 \overline{a_0} + b_1 \overline{b_0} a_0$$

b₁b₀\a₁a₀	**00**	**01**	**11**	**10**
00		1		
01	1			1
11				1
10		1	1	

$$y_2 = \overline{b_1}\,\overline{b_0} a_1 \overline{a_0} + \overline{b_1} b_0 a_1 a_0 + b_1 b_0 \overline{a_1}\,\overline{a_0}$$

b₁b₀\a₁a₀	**00**	**01**	**11**	**10**
00				1
01			1	
11	1			
10				

$$y_3 = 0$$

Per i circuiti vedere analogo esercizioo del compito A.