

Architettura degli Elaboratori I

Esercitazione 1 - Rappresentazione dei numeri

Fulvio D'Antonio
dantonio@di.uniroma1.it

Esercizio 1

Convertire il numero naturale 1023, espresso in base 10, ad un rappresentazione in base 2, 3 e 16.

Esercizio 2

Dati i numeri (a 10 bit) 1010101010_2 , 1101010101_2 , 1111100000_2 rappresentati in base 2 mediante *complemento a due* (CA2):

- Determinare quanti di tali numeri siano numeri negativi (senza convertirli)
- Convertirli in base 10
- Calcolare il range (intervallo) di valori che è possibile rappresentare con tale numero di bit (massimo e minimo numero negativo, massimo e minimo numero positivo).
- Rappresentare gli intervalli di valori positivi e negativi nel caso di una generica stringa di n bit

Esercizio 3

Convertire il numero reale **120,120**, espresso in base 3, ad una rappresentazione in base 2 a virgola fissa che usi 8 bit per la *Parte Intera* (P.I.) e 8 per la *Parte Frazionaria* (P.F.).

Esercizio 4

Convertire il numero $3,14_{10}$ ad un rappresentazione in base 2 mediante virgola mobile ($\langle s, m, e \rangle$) che usi 1 bit per il *segno*, 10 per la *mantissa* e 5 per l'*esponente*.

Soluzioni

Esercizio 1

Convertire il numero naturale 1023, espresso in base 10, ad una rappresentazione in base 2, 3 e 16:

Mediante il metodo delle divisioni ripetute abbiamo:

$$\begin{array}{r} 1023 | 2 \\ \underline{1} \ 511 | 2 \\ \quad \underline{1} \ 255 | 2 \\ \quad \quad \underline{1} \ 127 | 2 \\ \quad \quad \quad \underline{1} \ 63 | 2 \\ \quad \quad \quad \quad \underline{1} \ 31 | 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \underline{1} \ 15 | 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{1} \ 7 | 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{1} \ 3 | 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{1} \ 0 \end{array}$$

E quindi 11111111_2 .

$$\begin{array}{r} 1023 | 3 \\ \underline{0} \ 341 | 3 \\ \quad \underline{2} \ 113 | 3 \\ \quad \quad \underline{2} \ 37 | 3 \\ \quad \quad \quad \underline{1} \ 12 | 3 \\ \quad \quad \quad \quad \underline{0} \ 4 | 3 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \underline{1} \ 1 | 3 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{0} \ 0 \end{array}$$

Quindi 101220_3 . Notate che l'ultima cifra ottenuta, essendo un zero, è omessa in quanto non significativa.

Per quanto riguarda la rappresentazione in base 16 (2^4) possiamo raggruppare i bit della rappresentazione binaria in gruppi di 4 e convertirli in base 16.

$$(00)11\ 1111\ 1111_2 \rightarrow 3\ FF\ F_{16}$$

Esercizio 2

Dati i numeri (a 10 bit) 1010101010_2 , 1101010101_2 , 1111100000_2 rappresentati in base 2 mediante complemento a due (CA2):

- Determinare quanti di tali numeri siano numeri negativi (senza convertirli)
- Convertirli in base 10
- Calcolare il range di valori che è possibile rappresentare con tale numero di bit.

- 1) Tutti i numeri sono negativi perché il bit più significativo (MSB) è indicativo del segno (anche se in CA2 questo bit concorre alla determinazione del valore rappresentato, contrariamente alla rappresentazione in modulo e segno).
- 2) Ricordando che il valore associato al bit più significativo contribuisce in maniera negativa:
 - a. $1010101010: -1 * 2^9 + 0 * 2^8 + 1 * 2^7 + 0 * 2^6 + 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = -342$
 - b. $1101010101: -1 * 2^9 + 1 * 2^8 + 1 * 2^6 + 1 * 2^4 + 1 * 2^2 + 1 * 2^0 = -171$
 - c. $1111100000: -1 * 2^9 + 1 * 2^8 + 1 * 2^7 + 1 * 2^6 + 1 * 2^5 = -32$
- 3) Il range rappresentabile con n bit in CA2 è $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$ e quindi con 10 bit si ha $[-512, 511]$

Esercizio 3

Convertire il numero reale $120,120$, espresso in base 3, ad una rappresentazione in base 2 a virgola fissa che usi 8 bit per la Parte Intera (P.I.) e 8 per la Parte Frazionaria (P.F.):

Utilizziamo una doppia conversione: da base 3 a base 10 e poi in base 2.

Convertiamo la P.I. = 120 del numero:

$$120_3 = 0 * 3^0 + 2 * 3^1 + 1 * 3^2 = 15_{10}$$

Convertiamo la P.F. = 120

$$0,120_3 = 1 * 3^{-1} + 2 * 3^{-2} + 0 * 3^{-3} = 1/3 + 2/9 = 5/9 \approx 0,56$$

Quindi in base 10 il numero è dato da $15,56$.

Ora convertiamo $15,56_{10}$ in binario a virgola fissa (8+8 bit):

P.I. = $15_{10} = 1111_2$ (calcolata mediante il metodo delle divisioni)

Per la P.F. = $0,56_{10}$ si ha:

1. $0,56 * 2 = 1,12$	p.i. = 1	p.f. = 0,12
2. $0,12 * 2 = 0,24$	p.i. = 0	p.f. = 0,24
3. $0,24 * 2 = 0,48$	p.i. = 0	p.f. = 0,48
4. $0,48 * 2 = 0,96$	p.i. = 0	p.f. = 0,96
5. $0,96 * 2 = 1,92$	p.i. = 1	p.f. = 0,92
6. $0,92 * 2 = 1,84$	p.i. = 1	p.f. = 0,84
7. $0,84 * 2 = 1,68$	p.i. = 1	p.f. = 0,68
8. $0,68 * 2 = 1,36$	p.i. = 1	p.f. = 0,36

E quindi, tralasciando zeri non significativi, si ha $1111,10001111_2$.

Esercizio 4

Convertire il numero $3,14_{10}$ ad un rappresentazione in base 2 mediante virgola mobile $\langle s,m,e \rangle$ che usi 1 bit per il segno, 10 per la mantissa e 5 per l'esponente:

Convertiamo $3,14$ in rappresentazione a virgola fissa utilizzando i 10 bit disponibili. Due bit sono necessari per rappresentare la parte intera $P.I. 3_{10} = 11_2$ e altri 8 li utilizziamo per la codifica della parte frazionaria $0,14 = 0,0010011$. Quindi $3,14_{10} = 11,00100011_2$.

Consideriamo questo numero come una mantissa da normalizzare (una mantissa è normalizzata quando la parte intera è nulla e la prima cifra dopo la virgola è non nulla) ed abbiamo che $11,00100011_2 = 0,1100100011_2 * 2^2$.

La rappresentazione cercata è pertanto $\langle 0, 1100100011_2, 00010_2 \rangle$.