SOLUZIONI DEL PRIMO ESONERO di PROGETTAZIONE di SISTEMI DIGITALI
CANALE MZ prof.ssa Massini **FILA D**

Esercizio 1. Siano dati i seguenti numeri naturali rappresentati in base 2: 11011 e 1001.

a) *Si convertano i due numeri in base 4 (1 punto):*
Essendo $4 = 2^2$, basta raggruppare i bit in gruppi da 2 (partendo dal meno significativo) e convertire le coppie binarie così ottenute in base 4.

$11011_{(2)} = 01\ \ 10\ \ 11 = \mathbf{123_{(4)}}$
$1001_{(2)} = 10\ \ 01 = \mathbf{21_{(4)}}$

b) *Si sommino in base 4 i due numeri così ottenuti (2 punti):*
Procedimento:

123 + 21
210

Risultato: **210**

c) *Si converta il numero così ottenuto in base 10, lo si divida (in base 10) per 5 e se ne converta in base 2 il risultato ottenuto, usando una rappresentazione in virgola mobile normalizzata con 1 bit di segno, 8 bit di mantissa e 4 bit di esponente (3 punti):*

$210_{(4)} = 2 \times 4^2 + 1 \times 4^1 + 0 \times 4^0 = 32 + 4 = 36_{(10)}$
$36 : 5 = 7{,}2$

Per convertire un numero con la virgola, si procede separatamente sulla parte intera e su quella dopo la virgola.

Parte intera:
7 : 2 = 3 (resto 1)
3 : 2 = 1 (resto 1)
1 : 2 = 0 (resto 1)
$7_{(10)} = 111_{(2)}$

Poichè la mantissa va espressa con 8 bit e per la parte intera ne sono stati utilizzati 3, per la conversione di 0,2 in base 2 si considereranno 5 cifre dopo la virgola.

Operazione	**Parte Intera**	**Parte Decimale**
2 x 0,2 = 0,4	0	0,4
2 x 0,4 = 0,8	0	0,8
2 x 0,8 = 1,6	1	0,6
2 x 0,6 = 1,2	1	0,2
2 x 0,2 = 0,4	0	0,4

Quindi $7{,}2_{(10)} = 111{,}\overline{0011}_{(2)} \approx 111{,}00110_{(2)}$
Normalizzando si ottiene $0{,}11100110_{(2)} \times 2^3$
La rappresentazione in binario di 3 è $11_{(2)}$

Risultato: **< 0 , 11100110 , 0011 >**

Esercizio 2. Si consideri la seguente stringa binaria: 101111110.

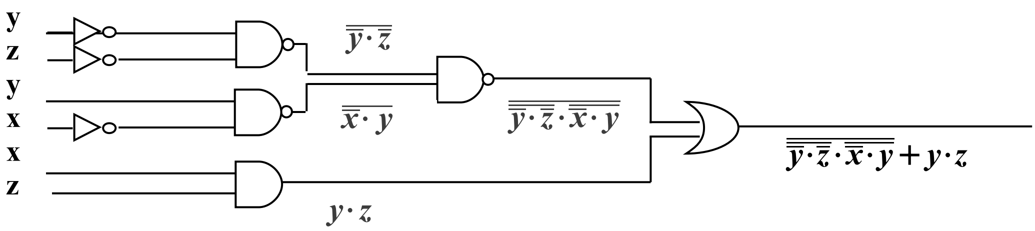
a) *Se ne calcoli il bit di* ***parità dispari*** *(1 punto):* Risposta: **0**

b) *Si scriva la stringa come una matrice 3x3 e se ne calcolino i bit di* ***parità dispari*** *longitudinale e trasversale (1 punto):*

1	**0**	**1**	**1**
1	**1**	**1**	**0**
1	**1**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	

N.B. Il bit di parità **dispari** si calcola tenendo conto che concatenando la stringa più il bit di parità si deve avere in totale un numero **dispari** di 1.

Esercizio 3. Si consideri il seguente circuito combinatorio:



a) *Si scriva sul disegno, in corrispondenza di ogni linea di uscita di ogni porta, l'espressione booleana calcolata dalla porta (1 punto)*

b) *Si semplifichi l'espressione booleana associata all'uscita del circuito usando assiomi e regole derivate dell'algebra di Boole (si specifichi quali assiomi/regole si stanno usando) (3 punti)*
Procedimento:

$\overline{\overline{\overline{y}\cdot\overline{z}}\cdot\overline{\overline{x}\cdot y}}+y\cdot z =$ si applica De Morgan
$= \overline{y}\cdot\overline{z}+\overline{x}\cdot y+y\cdot z$

Risultato: $\overline{y}\cdot\overline{z}+\overline{x}\cdot y+y\cdot z$

c) *Si scrivano l'espressione duale e complementare dell'espressione ottenuta (2 punti)*

Espressione duale: $(\overline{y}+\overline{z})\cdot(\overline{x}+y)\cdot(y+z)$

Espressione complementare: $\overline{\overline{y}\cdot\overline{z}+\overline{x}\cdot y+y\cdot z}=\overline{\overline{y}\cdot\overline{z}}\cdot\overline{\overline{x}\cdot y}\cdot\overline{y\cdot z}=(y+z)\cdot(x+\overline{y})\cdot(\overline{y}+\overline{z})$

d) Si stenda la tavola di verità e si scriva la forma canonica POS (2 punti)

x	*y*	*z*	*f(x, y, z)*
0	**0**	**0**	**1**
0	**0**	**1**	**0**
0	**1**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	**1**
1	**0**	**0**	**1**
1	**0**	**1**	**0**
1	**1**	**0**	**0**
1	**1**	**1**	**1**

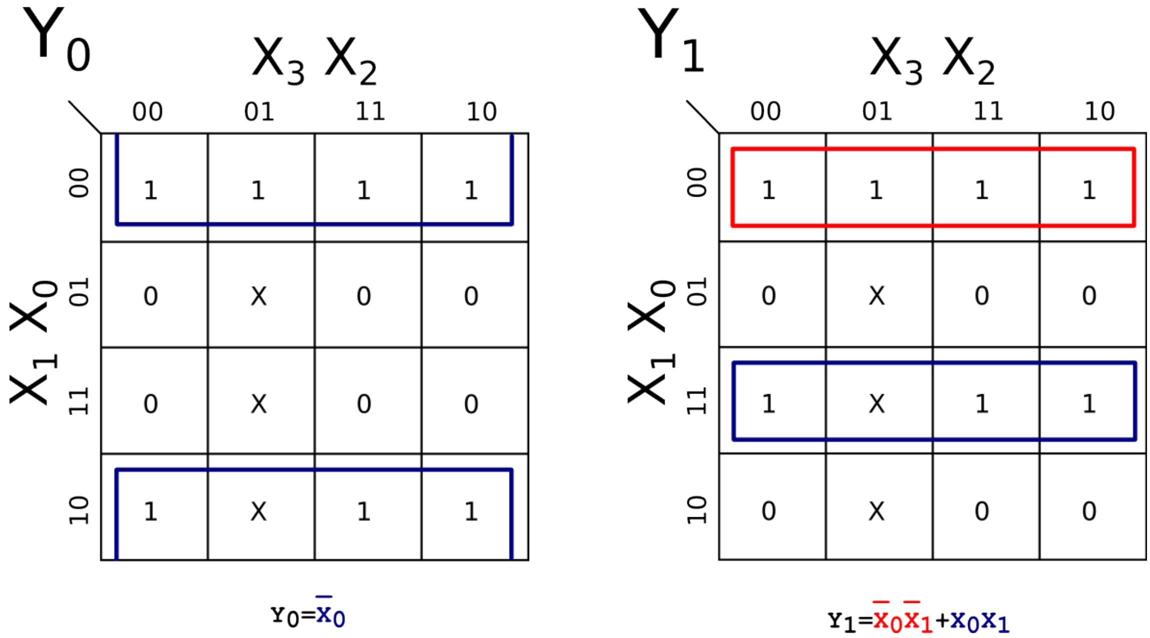
Forma canonica POS: $(x+y+\overline{z})\cdot(\overline{x}+y+\overline{z})\cdot(\overline{x}+\overline{y}+z)$

Esercizio 4. Si vuole realizzare un circuito combinatorio che realizza la funzione y = x + 3, con x un intero nella rappresentazione in complemento a 2 in [-8, 7] e y espresso nella rappresentazione in complemento a 2 con 4 bit. Si considerino "don't care" i casi in cui la y non è rappresentabile.

a) Si scriva la tavola di verità della funzione (2 punti)

X_3	X_2	X_1	X_0	y	Y_3	Y_2	Y_1	Y_0
0	0	0	0	3	0	0	1	1
0	0	0	1	4	0	1	0	0
0	0	1	0	5	0	1	0	1
0	0	1	1	6	0	1	1	0
0	1	0	0	7	0	1	1	1
0	1	0	1	8	X	X	X	X
0	1	1	0	9	X	X	X	X
0	1	1	1	10	X	X	X	X
1	0	0	0	-5	1	0	1	1
1	0	0	1	-4	1	1	0	0
1	0	1	0	-3	1	1	0	1
1	0	1	1	-2	1	1	1	0
1	1	0	0	-1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	2	0	0	1	0

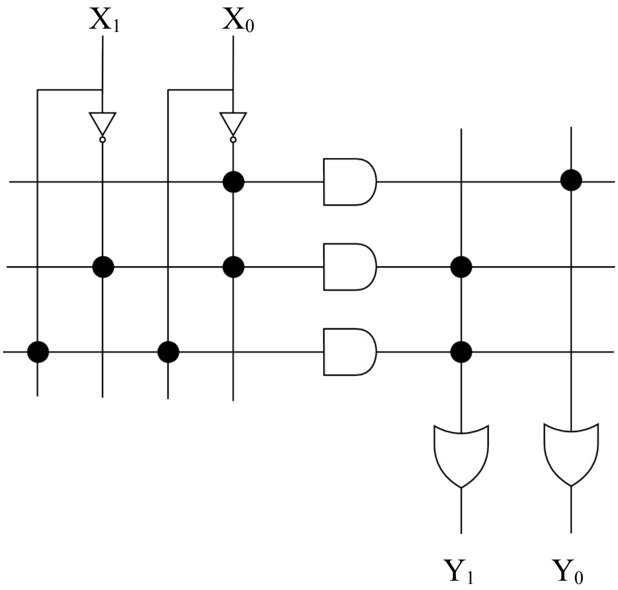
b) Si calcoli la forma normale SOP minimale per i 2 bit meno significativi della funzione (3 punti)



Risultato: $Y_0 = \overline{X_0}$ e $Y_1 = \overline{X_0} \cdot \overline{X_1} + X_0 \cdot X_1$

c) Si realizzino tramite PLA le espressioni ottenute al punto (b) *(2 punti)*
(N.B.: è necessario visualizzare la matrice di AND e di OR)

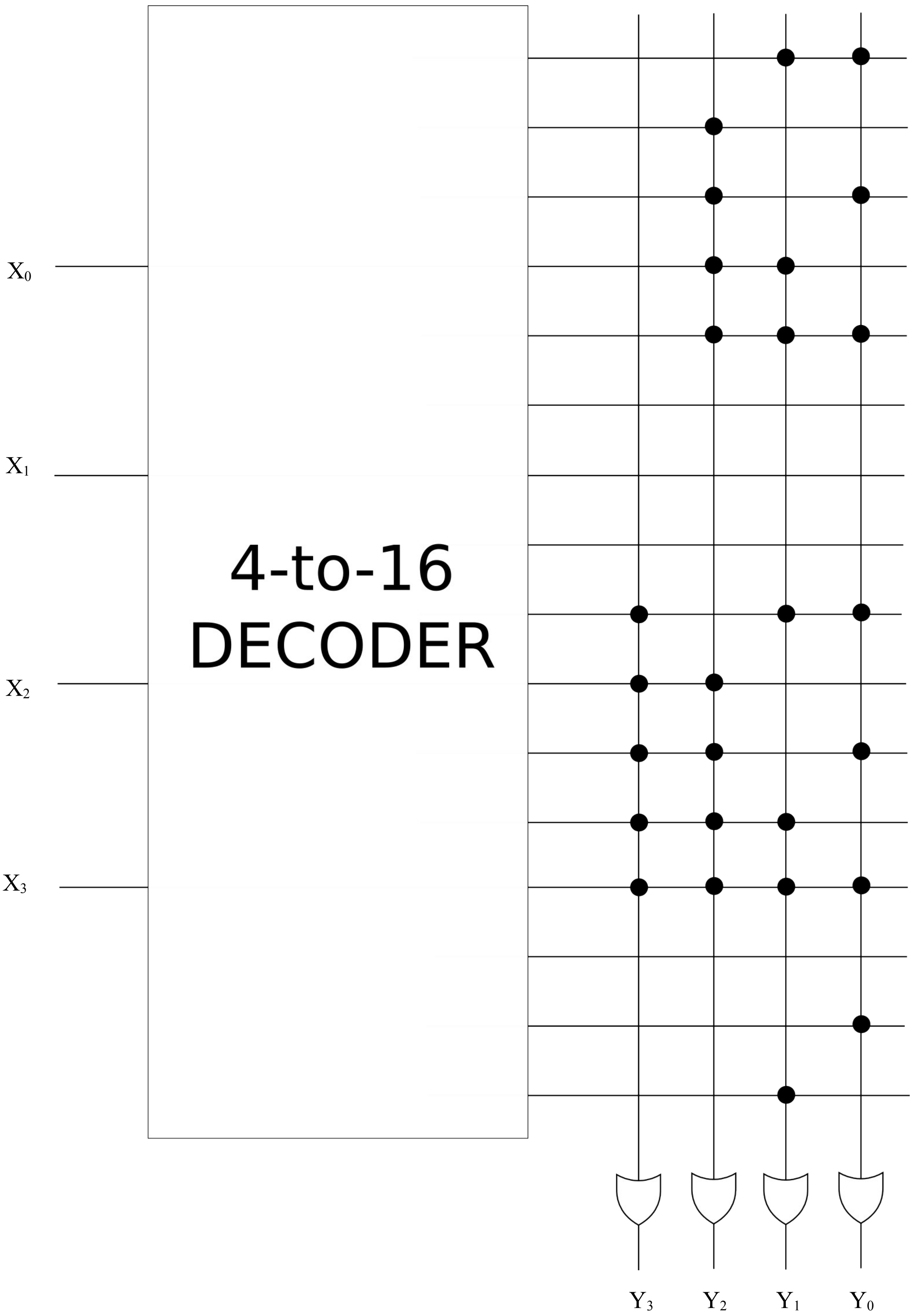
Y_0 e Y_1 dipendono solo da X_0 e X_1, quindi possiamo utilizzare una PLA con due soli input.



d) Si scriva la forma canonica disgiuntiva (SOP) per il bit più significativo della funzione (2 punti)

Risultato: $Y_1 = X_3 \cdot \overline{X_2} \cdot \overline{X_1} \cdot \overline{X_0} + X_3 \cdot \overline{X_2} \cdot \overline{X_1} \cdot X_0 + X_3 \cdot \overline{X_2} \cdot X_1 \cdot \overline{X_0} + X_3 \cdot \overline{X_2} \cdot X_1 \cdot X_0 + X_3 \cdot X_2 \cdot \overline{X_1} \cdot \overline{X_0}$

e) Si realizzi tramite ROM (con decodificatore) la y (2 punti)



f) Si realizzi tramite un MULTIPLEXER 8-a-1 il bit meno significativo della funzione (3 punti)

Possiamo utilizzare un multiplexer 8-a-1 collegando alle 3 linee di controllo i valori X_3 , X_2 e X_1.

Tramite la tabella seguente calcoliamo come esprimere i valori di Y_0 tramite X_0.

$X_3 X_2 X_1$ X_0	0 0 0	0 0 1	0 1 0	0 1 1	1 0 0	1 0 1	1 1 0	1 1 1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\overline{X}_0$	$\overline{X}_0$	$\overline{X}_0$	$\overline{X}_0$	$\overline{X}_0$	$\overline{X}_0$	$\overline{X}_0$	$\overline{X}_0$

Per uniformità poniamo i valori “don't care” in modo da avere in tutte le colonne $\overline{X}_0$

Gli ingressi del multiplexer sono tutti collegati alla linea che porta il valore $\overline{X}_0$.