SOLUZIONI DEL PRIMO ESONERO di PROGETTAZIONE di SISTEMI DIGITALI
CANALE MZ prof.ssa Massini **FILA C**

Esercizio 1. Siano dati i seguenti numeri binari in rappresentazione con virgola mobile (1 bit di segno, 6 di mantissa e 3 di esponente): <0,100010,000> e <0,111100,110>.

a) *Se ne effettui il prodotto, eventualmente normalizzando il risultato (3 punti):*

Per poter interpretare i due numeri bisogna convertire l'esponente, che è espresso in complemento a 2.
Per il primo valore si ottiene 0. Il numero rappresentato si può quindi scrivere come $0,1001_{(2)} \cdot 2^0$.
Per il secondo valore l'esponente corrisponde a $-2^2 + 2^1 = -2_{(10)}$. Il secondo numero si può quindi scrivere come $0,11_{(2)} \cdot 2^{-2}$.
L'esponente del risultato è dato dalla somma dei due esponenti ed è quindi -2.
Si effettua quindi il prodotto in colonna delle mantisse 0,10001 e 0,1111:

```
     0,1111
    0,10001
-----------
      01111
     00000
    00000
   00000
  01111
 00000
-----------
0,011111111
```

Per normalizzarlo si deve spostare la virgola di una posizione a destra, ottenendo 0,111111 e portando l'esponente a -3. La rappresentazione di -3 in complemento a 2 è 101.
Risultato: **< 0 , 111111 , 101 >**

b) *Si converta il risultato ottenuto in base 10 (1 punto):*

Il risultato al punto precedente può essere scritto come $0,000111111_{(2)}$.
Effettuiamo il procedimento di conversione:

$2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-6} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-9} =$ **0,123046875**

c) *Si converta il numero così ottenuto in base 5, fermandosi alla 4^ cifra dopo la virgola (2 punti):*

Operazione	**Parte Intera**	**Parte Decimale**
5 x 0,123046875 = 0,615234375	0	0,615234375
5 x 0,615234375 = 3,076171875	3	0,076171875
5 x 0,076171875 = 0,380859375	0	0,380859375
5 x 0,380859375 = 1,904296875	1	0,904296875

La prime 4 cifre della parte decimale sono quindi $0,0301_{(5)}$.
Risultato: **0,0301**
N.B. Non essendo possibile usare la calcolatrice durante il compito, **non era necessario usare tutte le cifre decimali** mostrate nella soluzione dell'esercizio, che, per completezza, è data con tutti i dettagli.

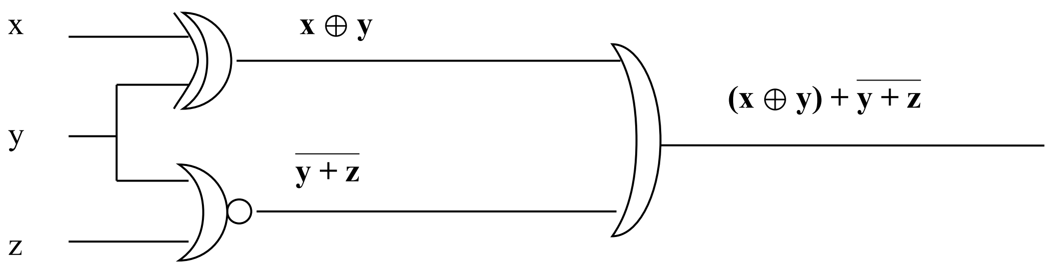
Esercizio 2. Si consideri la seguente stringa binaria: 101111110.

a) *Se ne calcoli il bit di **parità dispari** (1 punto):* Risposta: **0**
b) *Si scriva la stringa come una matrice 3x3 e se ne calcolino i bit di **parità dispari** longitudinale e trasversale (1 punto):*

1	**0**	**1**	**1**
1	**1**	**1**	**0**
1	**1**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	

N.B. Il bit di parità **dispari** si calcola tenendo conto che concatenando la stringa più il bit di parità si deve avere in totale un numero **dispari** di 1.

Esercizio 3. Si consideri il seguente circuito combinatorio:



a) *Si scriva sul disegno, in corrispondenza di ogni linea di uscita di ogni porta, l'espressione booleana calcolata dalla porta (1 punto)*

b) *Si calcoli la forma canonica SOP (o forma canonica disgiuntiva) associata all'espressione finale (5 punti)*

$(x \oplus y) + \overline{y + z} =$ (dalla definizione dello xor)
$= x\,\bar{y} + \bar{x}\,y + \overline{y + z} =$ (applicando de Morgan)
$= x\,\bar{y} + \bar{x}\,y + \bar{y}\,\bar{z} =$ (propr. dell'elem. neutro e del complem.)
$= x\,\bar{y}\,(z + \bar{z}) + \bar{x}y\,(z + \bar{z}) + \bar{y}\,\bar{z}\,(x + \bar{x}) =$ (propr. distributiva)
$= x\,\bar{y}\,z + x\,\bar{y}\,\bar{z} + \bar{x}\,y\,z + \bar{x}\,y\,\bar{z} + \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z} + x\,\bar{y}\,\bar{z}$
Risultato: $\mathbf{x\,\bar{y}\,z + x\,\bar{y}\,\bar{z} + \bar{x}\,y\,z + \bar{x}\,y\,\bar{z} + \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z}}$

c) *Si scriva la tavola di verità della funzione booleana associata (2 punti)*

x	*y*	*z*	*f(x, y, z)*
0	**0**	**0**	**1**
0	**0**	**1**	**0**
0	**1**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	**1**
1	**0**	**0**	**1**
1	**0**	**1**	**1**
1	**1**	**0**	**0**
1	**1**	**1**	**0**

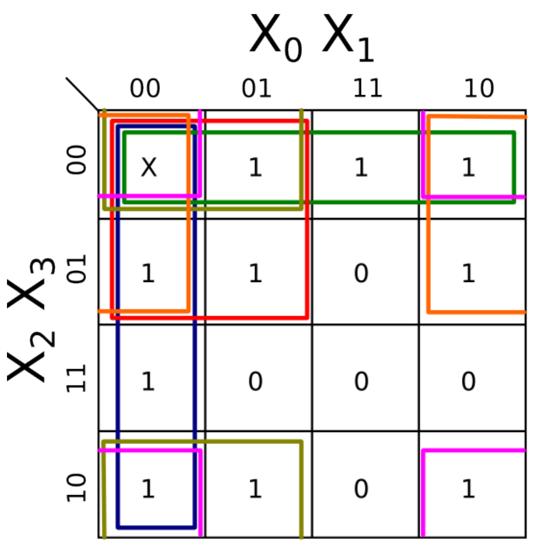
Esercizio 4. Si vuole realizzare un circuito combinatorio associato alla funzione booleana di 4 variabili binarie di ingresso e due uscite binarie che restituisce in output la codifica binaria di quante linee in ingresso valgono 0. Si assuma che le variabili di ingresso non siano mai tutte contemporaneamente a 0.

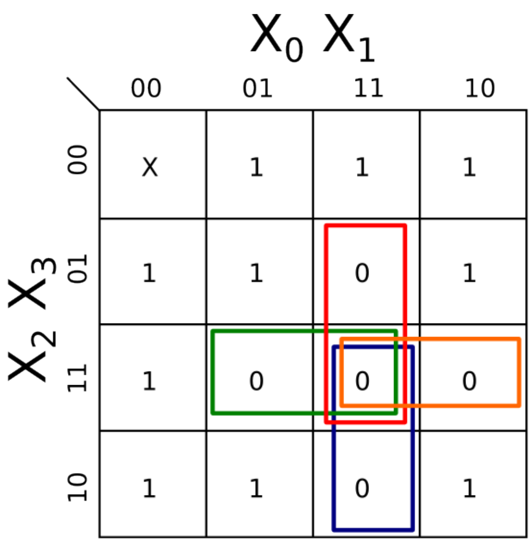
Esempio: se l'input è 0101, l'output sarà 10 (la codifica binaria del numero 2)

a) *Si scriva la tavola di verità della funzione (2 punti)*

X_0	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_0
0	**0**	**0**	**0**	**X**	**X**
0	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**
0	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**
0	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
0	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**
0	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**
0	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
0	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**
1	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**
1	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
1	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**
1	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**
1	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**
1	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
1	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**
1	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**

b) *Si calcolino la forma SOP minimale e la forma POS minimale per il bit più significativo della funzione (2 punti)*





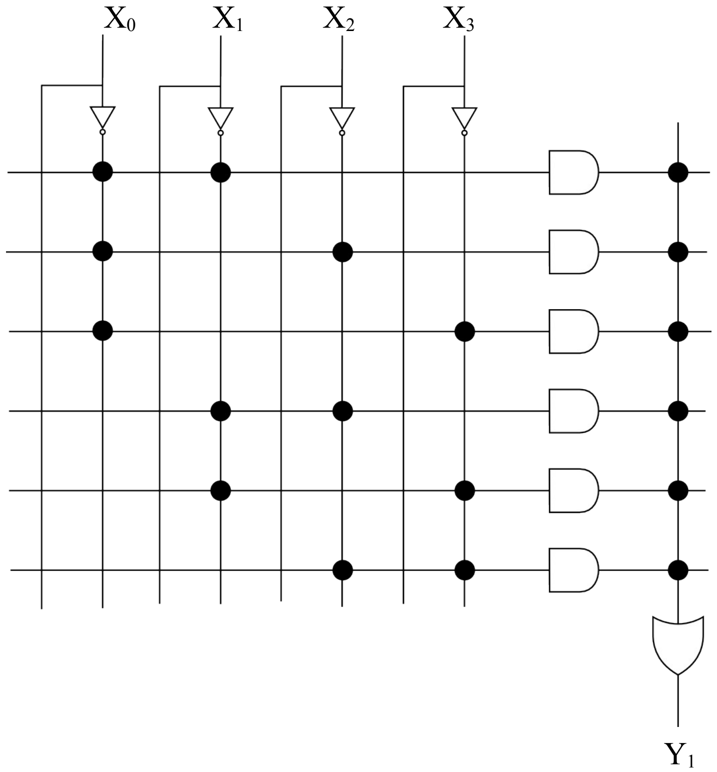
$Y_1=\overline{X}_0\overline{X}_1+\overline{X}_2\overline{X}_3+\overline{X}_1\overline{X}_3+\overline{X}_0\overline{X}_3+\overline{X}_1\overline{X}_2+\overline{X}_0\overline{X}_2$

$Y_1=(\overline{X}_0+\overline{X}_1+\overline{X}_2)\,(\overline{X}_1+\overline{X}_2+\overline{X}_3)\,(\overline{X}_0+\overline{X}_2+\overline{X}_3)\,(\overline{X}_0+\overline{X}_1+\overline{X}_3)$

Minimale SOP: $\mathbf{Y_1 = \overline{X}_0\,\overline{X}_1 + \overline{X}_2\,\overline{X}_3 + \overline{X}_1\,\overline{X}_3 + \overline{X}_0\,\overline{X}_3 + \overline{X}_1\,\overline{X}_2 + \overline{X}_0\,\overline{X}_2}$

Minimale POS: $\mathbf{Y_1 = (\overline{X}_0 + \overline{X}_1 + \overline{X}_2)\,(\overline{X}_0 + \overline{X}_1 + \overline{X}_3)\,(\overline{X}_0 + \overline{X}_2 + \overline{X}_3)\,(\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \overline{X}_3)}$

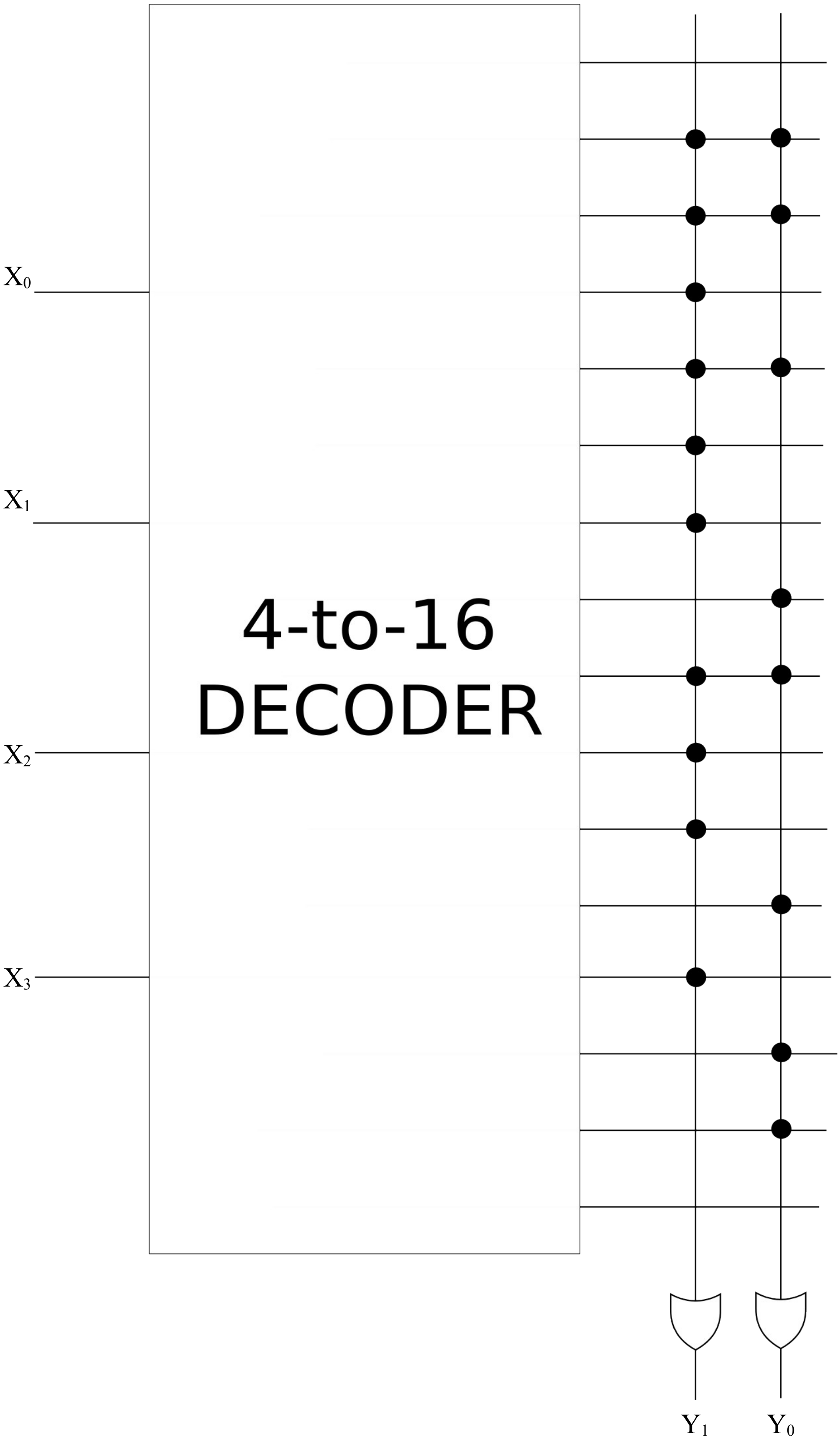
c) *Si realizzi tramite PLA l'espressione ottenuta al punto (b)* *(2 punti)*
(N.B.: è necessario visualizzare la matrice di AND e di OR)



d) *Si scriva la forma canonica congiuntiva (POS) per il bit meno significativo della funzione (2 punti)*

$$\mathbf{Y_0 = (X_0 + X_1 + X_2 + X_3)\,(X_0 + X_1 + \overline{X}_2 + \overline{X}_3)\,(X_0 + \overline{X}_1 + X_2 + \overline{X}_3)\,(X_0 + \overline{X}_1 + \overline{X}_2 + X_3)}$$
$$\mathbf{(\overline{X}_0 + X_1 + X_2 + \overline{X}_3)\,(\overline{X}_0 + X_1 + \overline{X}_2 + X_3)\,(\overline{X}_0 + \overline{X}_1 + X_2 + X_3)}$$

e) Si realizzino tramite ROM con decodificatore le due uscite (2 punti)



f) Si realizzi tramite un MULTIPLEXER 16-a-1 il bit meno significativo della funzione (2 punti)

Le linee di selezione corrispondono alle entrate X_0 X_1 X_2 X_3.
Le 16 linee di ingresso sono fissate ai valori della colonna Y_0 della tabella di verità:
0110100110010110