

Esercizi svolti e da svolgere sugli argomenti trattati nella lezione 8

Esercizi svolti

Es. 1. Utilizzando gli assiomi dell'algebra di Boole, si dimostri che $\bar{x} + yz = \bar{x} + z(\bar{x} + y)$.

SOLUZIONE:

$$\bar{x} + z(\bar{x} + y) = \bar{x} + z\bar{x} + zy = \bar{x}(1 + z) + zy = \bar{x} + zy$$

usando la proprietà distributiva, l'elemento neutro, nuovamente la proprietà distributiva, l'elemento assorbente e nuovamente l'elemento neutro.

Es. 2. Si verifichi con gli assiomi dell'algebra booleana la seguente uguaglianza.

$$ab + bc + ca = (a+b)(b+c)(c+a)$$

SOLUZIONE:

$$\begin{aligned} (a+b)(b+c)(c+a) &= a(b+c)(c+a) + b(b+c)(c+a) \\ &= ab(c+a) + ac(c+a) + bb(c+a) + bc(c+a) \\ &= abc + aab + acc + aac + bbc + abb + bcc + abc \\ &= abc + ab + ac + ac + bc + ab + bc \\ &= abc + ab + ac + bc \\ &= ab(c+1) + ac + bc \\ &= ab + ac + bc \end{aligned}$$

Es. 3. Si verifichi con gli assiomi dell'algebra booleana la seguente uguaglianza (per ragioni grafiche le negazioni sono poste sotto le variabili invece che sopra):

$$\underline{a}\underline{b} + \underline{b}\underline{c} + \underline{c}\underline{a} = \underline{a}\underline{b} + \underline{b}\underline{c} + \underline{c}\underline{a}$$

SOLUZIONE:

$$\begin{aligned} \underline{a}\underline{b} + \underline{b}\underline{c} + \underline{c}\underline{a} &= \underline{a}\underline{b}(\underline{c} + \underline{c}) + \underline{b}\underline{c}(\underline{a} + \underline{a}) + \underline{c}\underline{a}(\underline{b} + \underline{b}) \\ &= \underline{a}\underline{b}\underline{c} + \underline{a}\underline{b}\underline{c} + \underline{a}\underline{b}\underline{c} + \underline{a}\underline{b}\underline{c} + \underline{a}\underline{b}\underline{c} + \underline{a}\underline{b}\underline{c} \\ &= \underline{a}\underline{b}(\underline{c} + \underline{c}) + \underline{b}\underline{c}(\underline{a} + \underline{a}) + \underline{c}\underline{a}(\underline{b} + \underline{b}) \\ &= \underline{a}\underline{b} + \underline{b}\underline{c} + \underline{c}\underline{a} \end{aligned}$$

Esercizi da svolgere

Es. 1. Utilizzando gli assiomi dell'algebra di Boole, si dimostri che $x + y = x + \bar{x}y$.

Es. 2. Utilizzando gli assiomi dell'algebra di Boole, si dimostri che $x + \bar{y}z = x + z(\bar{x} + \bar{y})$.

Es. 3. Utilizzando gli assiomi dell'algebra di Boole, si dimostri che $\bar{x} + y = \bar{x} + xy$.