



Operazioni sui numeri in virgola mobile
Prof. Daniele Gorla



Moltiplicazione

$$\langle s_1, m_1, e_1 \rangle \times \langle s_2, m_2, e_2 \rangle = \langle s, m, e \rangle$$

dove

$$1. s = \begin{cases} 0 & \text{se } s_1 = s_2 \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

2. m ed e sono la mantissa e l'esponente normalizzati di

$$0, m_1 \times 0, m_2 \times b^{e_1 + e_2}$$

N.B.: attenzione all'overflow degli esponenti!!



Divisione

$$\langle s_1, m_1, e_1 \rangle \div \langle s_2, m_2, e_2 \rangle = \langle s, m, e \rangle$$

dove

$$1. s = \begin{cases} 0 & \text{se } s_1 = s_2 \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

2. m ed e sono la mantissa e l'esponente normalizzati di

$$(0, m_1 \div 0, m_2) \times b^{e_1 - e_2}$$


Addizione

$$\langle s_1, m_1, e_1 \rangle + \langle s_2, m_2, e_2 \rangle = \langle s, m, e \rangle$$

1. sia $e_1 = e_2$

$$\bullet s = \begin{cases} s_1 & \text{se } 0, m_1 \geq 0, m_2 \\ s_2 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$\bullet m$ ed e sono le normalizzazioni di m' ed e' definiti come:

$$e' = e_1 (= e_2)$$

$$m' = \begin{cases} 0, m_1 + 0, m_2 & \text{se } s_1 = s_2 \\ 0, m_1 - 0, m_2 & \text{se } s_1 \neq s_2 \text{ e } 0, m_1 \geq 0, m_2 \\ 0, m_2 - 0, m_1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Addizione



$$\langle s_1, m_1, e_1 \rangle + \langle s_2, m_2, e_2 \rangle = \langle s, m, e \rangle$$

2. sia $e_1 < e_2$

- slitta a destra m_1 di $e_2 - e_1$ posizioni (inserendo 0 a sinistra)
(N.B.: in questo passaggio intermedio, il primo operando *non* è più normalizzato!!)
(N.B.: ci può essere perdita di cifre in coda a m_1 , al limite m_1 si potrebbe azzerare!!)
- porta così il primo operando ad avere come esponente e_2
- procede come al punto (1)

3. sia $e_1 > e_2$

- come il punto (2), ma porta il secondo operando all'esponente del primo

5

Sottrazione



Si riduce banalmente all'addizione, nel modo seguente:

$$\begin{aligned} \langle s_1, m_1, e_1 \rangle - \langle s_2, m_2, e_2 \rangle &= \\ &= \langle s_1, m_1, e_1 \rangle + \langle \overline{s_2}, m_2, e_2 \rangle \end{aligned}$$

6

Esercizi



Siano

$$A = \langle 0, 11101000, 0010 \rangle$$

$$B = \langle 1, 11010000, 1111 \rangle$$

Calcolare: $A \times B$ $A + B$ $A - B$ $B - A$

Convertiamo A e B in base 10 (per effettuare le verifiche di correttezza):

$$A \rightarrow 11,101_2 \rightarrow (2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8})_{10} = (3 + 0,5 + 0,125)_{10} = 3,625_{10}$$

$$B \rightarrow -0,01101_2 \rightarrow (2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-5})_{10} = (0,25 + 0,125 + 0,03125)_{10} = -0,40625_{10}$$

7



$$A = \langle 0, 11101000, 0010 \rangle \quad (3,625_{10})$$

$$B = \langle 1, 11010000, 1111 \rangle \quad (-0,40625_{10})$$

Calcolare $A \times B$

	<i>Prodotto delle mantisse:</i>	
<i>Somma degli esponenti:</i>	0,11101 x 0,1101 = -----	<i>Risultato (già normalizzato):</i> R = $\langle 1, 10111100, 0001 \rangle$
0010 + 1111 = -----	011101 000000- 011101- 011101- 000000- -----	<i>Verifica:</i> R $\rightarrow -1,01111_2$ $\rightarrow -(1 + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5})_{10}$ = $-1,46875_{10}$ $\approx -1,47265625_{10}$ = $(3,625 \times -0,40625)_{10}$
0001	000000- ----- 0,101111001	

8

 SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

$A = \langle 0, 11101000, 0010 \rangle \quad (3,625_{10})$
 $B = \langle 1, 11010000, 1111 \rangle \quad (-0,40625_{10})$

Calcolare $A + B$

Porto l'esponente minore (1111) a quello maggiore (0010)
 Per fare ciò, devo spostare la virgola nel secondo operando di

A e B' sono discordi, con A di valore assoluto maggiore:

	11101000 –
2 (cioè 0010) – -1 (cioè 1111) = 3	00011010 =
posizioni a sinistra, cioè ottengo	-----
$B' = \langle 1, 00011010, 0010 \rangle$	11001110

Risultato normalizzato: $R = \langle 0, 11001110, 0010 \rangle$

Verifica: $R \rightarrow 11,00111_2 \rightarrow 3,21875_{10}$

 SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

$A = \langle 0, 11101000, 0010 \rangle \quad (3,625_{10})$
 $B = \langle 1, 11010000, 1111 \rangle \quad (-0,40625_{10})$

Calcolare $A - B$

Considero sempre il numero (non normalizzato) B' trovato per l'operazione precedente (anche qui i numeri devono avere stesso esponente)

Poiché devo fare una sottrazione, calcolo $A + -B'$. Poiché A e -B' sono concordi, devo fare la somma delle mantisse:

	11101000 +
Il risultato va normalizzato (la somma delle mantisse dà 1,00000010)	00011010 =
$R = \langle 0, 10000001, 0011 \rangle$	-----
	100000010

Verifica: $R \rightarrow 100,00001_2 \rightarrow 4,03125_{10}$

 SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

$A = \langle 0, 11101000, 0010 \rangle \quad (3,625_{10})$
 $B = \langle 1, 11010000, 1111 \rangle \quad (-0,40625_{10})$

Calcolare $B - A$

Considero sempre B'

Anche qui, dovendo fare una sottrazione ed essendo i numeri di partenza discordi, faccio la somma delle mantisse

Il risultato finale sarà, però, negativo, visto che sto sommando due numeri negativi

Risultato: $\langle 1, 10000001, 0011 \rangle$

 SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Casi notevoli:

- $(18 + 0,0625)_{10} = (2^4 + 2^1)_{10} + (2^{-4})_{10} \rightarrow 10010_2 + 0,0001_2 \rightarrow$
 $\rightarrow \langle 0,10010000,0101 \rangle + \langle 0,10000000,1101 \rangle =$
 $= \langle 0,10010000,0101 \rangle + \langle -0,00000000,0101 \rangle =$
 $= \langle 0,10010000,0101 \rangle$
- $(18 \times 18)_{10} \rightarrow$
 $\rightarrow \langle 0,10010000,0101 \rangle \times \langle 0,10010000,0101 \rangle$
 $0101 + 0101 = 1010 \rightarrow \text{overflow esponente!}$