ESERCIZIO 12.8 (E VARIANTI)

L'algoritmo proposto calcola un array C, di dimensione pari al numero di vertici n, tale che, per ogni vertice u, $C[u]$ rappresenta l'etichetta della componente connessa cui u appartiene.
Le etichette delle componenti connesse partono da 1.

```
algoritmo componentiConnesse(grafo G) ⟶ array C
    for each vertice u :  C[u] ← ∅
    etichettaComp ← ∅
    for each vertice u
        if (C[u]=0) then
            etichettaComp ++
            visitaGenerica(G, u, C, etichettaComp)

    stampa: Il grafo ha "etichettaComp" componenti connesse.
```

L'algoritmo di visitaGenerica, nel visitare un vertice x, deve impostare $C[x]$ = etichetta_Comp.

ANALISI TEMPO DI ESECUZIONE

- Sia K = # di componenti connesse di G
- Siano n_i = # vertici e m_i = # archi dell' i-esima comp. connessa, con $1 \leq i \leq K$.

(a) Liste di adiacenza

L'i-esima chiamata di visitaGenerica richiede tempo $O(n_i + m_i)$

Il tempo per tutte le chiamate è quindi:

$$\sum_{i=1}^{k} O(n_i + m_i) = O\left(\sum_{i=1}^{k} (n_i + m_i)\right) =$$

$$= O\Big(\underbrace{\sum_{i=1}^{k} n_i}_{= n} + \underbrace{\sum_{i=1}^{k} m_i}_{= m}\Big) = O(n+m)$$

L'algo. viene infatti richiamato una ed una sola volta su ciascuna componente.

(b) Matrice di adiacenza

i-esima chiamata: $O(n_i^2)$

Tempo per tutte le chiamate:

$$\sum_{i=1}^{k} O(n_i^2) = O\left(\sum_{i=1}^{k} n_i^2\right) = O\Big(\big(\underbrace{\sum_{i=1}^{k} n_i}_{= n}\big)^2\Big) = O(n^2)$$

$$\left(\sum_i n_i\right)^2 = \sum_i n_i^2 + 2 \sum_{i \neq j} n_i m_j$$

(c) Lista di archi

i-esima chiamata: $O(n_i m_i)$

Tempo per tutte le chiamate:

$$\sum_{i=1}^{k} O(n_i m_i) = O\left(\sum_{i=1}^{k} n_i m_i\right) =$$

$$= O\Big(\big(\underbrace{\sum_{i=1}^{k} n_i}_{= n}\big)\big(\underbrace{\sum_{i=1}^{k} m_i}_{= m}\big)\Big) = O(nm)$$

- Il tempo per tutte le altre operazioni è banalmente $O(n)$.