

Dispense per il corso di
Algoritmi 1
Corso di laurea in Informatica
Sapienza Università di Roma

G. Bongiovanni T. Calamoneri A. Monti

Questi appunti sono stati basati, nella loro prima stesura, sul libro di Cormen, Leiserson e Rivest, "Introduzione agli algoritmi", McGraw Hill.

A partire dall'A.A. 2021/22 sono stati inseriti dei riferimenti al Python, inclusi in rettangoli colorati. Lo scopo è quello di far comprendere agli studenti che abbiano già incontrato questo linguaggio di programmazione nel loro percorso di studi cosa si nasconde dietro ad alcuni metodi, che hanno fin ora solo utilizzato.

Questi appunti rispecchiano piuttosto fedelmente il livello di dettaglio che viene seguito durante le lezioni, e costituiscono un ausilio didattico allo studio.

Tuttavia, è importante chiarire che gli appunti non vanno intesi come sostitutivi della frequenza alle lezioni, che rimane un fattore fondamentale per una buona comprensione degli argomenti trattati.

Questo testo vuole essere ad **alta leggibilità**. Nel passaggio a questa modalità potremmo avere introdotto degli errori; se doveste trovarne, per favore segnalateli. Inoltre, ogni suggerimento volto a migliorare la comprensibilità di questo documento è benvenuto.

Ogni tipo di contributo può essere inviato a:
calamo@di.uniroma1.it e monti@di.uniroma1.it.

Font ad alta leggibilità biancoenero®di biancoenero edizioni srl, disegnata da Umberto Mischì. Disponibile gratuitamente per chi ne fa un uso non commerciale.
www.biancoeneroedizioni.com

Licenza 2014 Giancarlo Bongiovanni, Tiziana Calamoneri e Angelo Monti Distribuzione Creative Commons

Il lettore ha libertà di riprodurre, stampare, inoltrare via mail, fotocopiare, distribuire questa opera alle seguenti condizioni:

- **Attribuzione:** deve attribuire chiaramente la paternità dell'opera nei modi indicati dall'autore o da chi ha dato l'opera in licenza;
- **Non commerciale:** non può usare quest'opera per fini commerciali;
- **Non opere derivate:** Non può alterare o trasformare quest'opera, né usarla per crearne un'altra.

Licenza Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0).

Testo completo:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Indice

1	Introduzione	9
1.1	Algoritmi	10
1.2	Strutture dati	12
1.3	Efficienza	13
1.4	Problem solving e problemi computazionali	15
1.5	Modello del calcolatore	18
1.5.1	Memoria	18
1.5.2	Random Access Machine	22
2	Notazione Asintotica	26
2.1	Notazione O (limite asintotico superiore)	27
2.2	Notazione Ω (limite asintotico inferiore)	29
2.3	Notazione Θ (limite asintotico stretto)	30
2.4	Algebra sulla notazione asintotica	32
2.5	Calcolo della notazione asintotica tramite limiti	36
2.6	Alcune sommatorie notevoli	37
2.7	Valutazione del costo di un algoritmo	41
3	Il problema della ricerca	52
3.1	Ricerca sequenziale	53
3.2	Ricerca binaria	55
3.3	Una curiosità: ricerca in tempo costante	58

4 La ricorsione	60
4.1 Funzioni matematiche ricorsive	61
4.2 Algoritmi ricorsivi	62
4.2.1 Calcolo del fattoriale	62
4.2.2 Ricerca sequenziale ricorsiva	66
4.2.3 Ricerca binaria ricorsiva	67
4.2.4 Calcolo dei numeri di Fibonacci	68
5 Equazioni di ricorrenza	72
5.1 Metodo di sostituzione	74
5.2 Metodo iterativo	78
5.3 Metodo dell'albero	82
5.4 Metodo del teorema principale	85
5.4.1 Enunciato del teorema principale	86
5.4.2 Dimostrazione del teorema principale (faccoltativo)	93
6 Il problema dell'ordinamento	98
6.1 Algoritmi semplici	100
6.1.1 Insertion sort	100
6.1.2 Selection sort	103
6.1.3 Bubble sort	105
6.2 La complessità del problema dell'ordinamento . . .	106
6.3 Algoritmi efficienti	109
6.3.1 Mergesort	110
6.3.2 Quicksort	117

6.3.3	Heapsort	124
6.3.4	Ordinamento in tempo lineare: Counting e Bucket sort	132
7	Strutture dati fondamentali	138
7.1	Lista concatenata semplice	144
7.2	Lista doppia	150
7.3	Coda	152
7.4	Coda con priorità	154
7.5	Pila	155
7.6	Albero	161
7.6.1	Albero binario	165
7.6.2	Rappresentazione in memoria degli alberi bi- nari	168
7.6.3	Visita di alberi binari	171
7.6.4	Applicazione delle visite di alberi	177
8	Dizionari	179
8.1	Tabelle ad indirizzamento diretto	180
8.2	Tabelle hash	181
8.2.1	Risoluzione delle collisioni mediante liste di trabocco	185
8.2.2	Risoluzione delle collisioni mediante indi- rizzamento aperto	187
8.3	Alberi binari di ricerca	195
8.3.1	Ricerca in un albero binario di ricerca	197

8.3.2	Inserimento in un albero binario di ricerca .	200
8.3.3	Ricerca di minimo, massimo, predecessore e successore	202
8.3.4	Eliminazione in un albero di ricerca	204
8.4	Alberi AVL	208
8.4.1	Definizione di albero AVL	209
8.4.2	Gli alberi AVL sono alberi bilanciati	210
8.4.3	Ribilanciamento tramite rotazioni	213
8.4.4	Inserimento in alberi AVL e ribilanciamento	214
8.4.5	Cancellazione in alberi AVL e ribilanciamento	225
8.5	Alberi Red-Black (argomento facoltativo)	231
8.6	B-alberi	237
8.6.1	I B-alberi sono alberi bilanciati	241
8.6.2	Ricerca nei B-alberi	244
8.6.3	Inserimento in B-alberi	247
8.7	Cancellazione in B-alberi	253