

Corso di Laurea in Informatica - AA 2018-19

ALGEBRA

Sessione estiva - II Appello- Prova scritta

16 luglio 2019

Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. Non è permesso consultare appunti e testi. Il compito deve essere consegnato ordinato e leggibile in caso contrario non sarà valutato.

Parte I

ESERCIZIO 1.1. Date le permutazioni del gruppo simmetrico S_8 :

$$\sigma = (1\ 5\ 3)(2\ 4\ 7\ 6) \text{ e } \tau = (3\ 4\ 8\ 5),$$

determinare ordine e parità di σ , τ , e del prodotto $\sigma\tau$. Calcolare $(\sigma\tau)^{20}$.

ESERCIZIO 1.2. Risolvere il sistema di congruenze:

$$\begin{cases} 4x \equiv 6 \pmod{14} \\ 15x \equiv 10 \pmod{25} \end{cases}$$

Parte II

ESERCIZIO 2.1. Si consideri, al variare del parametro $a \in \mathbf{R}$, il sistema lineare:

$$\begin{cases} 4x + 2y + az = 4 \\ x - y - 2z = 3 \\ 2x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

- (i) Scrivere la matrice $A \in M_3(\mathbf{R})$ dei coefficienti e la matrice $A' \in M_{3,4}(\mathbf{R})$ completa del sistema; determinare, al variare di a , il rango di A e il rango di A' .
- (ii) Stabilire per quali valori del parametro a il sistema ammette soluzioni e per tali valori determinare tutte le soluzioni.

ESERCIZIO 2.2. Sia T l'endomorfismo di \mathbf{R}^3 il cui autospazio relativo all'autovalore 0 è il sottospazio W di \mathbf{R}^3 di equazioni :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

e tale che:

$$T(0,1,1) = (1,0,2) \text{ e } T(1,1,1) = (1,0,1).$$

Determinare la matrice A associata a T rispetto alla base canonica. La matrice seguente:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

è simile alla matrice A ? Motivare la risposta.