CORSO di ALGEBRA (A-L)
2014-15

PROVA SCRITTA
9-02-2015

Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. **NON** è permesso consultare appunti e testi di esercizi.

Parte I

ESERCIZIO 1.1. Quanti "anagrammi" anche privi di senso si possono formare dalla parola TORRETTE? Quanti di questi contengono almeno una delle sequenze TROT, TER, OTE?

ESERCIZIO 1.2. Risolvere la congruenza:

$$6^3 x \equiv -12 \mod 60.$$

Parte II

ESERCIZIO 2.1. Nello spazio vettoriale delle matrici quadrate di ordine 2 su **R**, dati i sottospazi:

$$W = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a + b = 0, c = 2d\right\} \text{ e } U = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a - 4b = 0, 3c - 6b = 0\right\}$$

Determinare:

a) La dimensione e una base di W e di U,
b) W+U e W∩U.

ESERCIZIO 2.2. Sia L l'endomorfismo di $\mathbf{R}^3$ rappresentato dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rispetto alla base B ={(1,1,0); (0,1,0); (0,0,-1)}. Determinare:

a) il valore L(2,1,-2) che l'applicazione assume in (2,1,-2),
b) la matrice A' associata ad L rispetto alla base canonica,
c) gli autovalori di L e una base per ogni autospazio.

Verificare inoltre se L può essere rappresentato da una matrice diagonale D ed eventualmente determinare la matrice P tale che $A' = P^{-1}DP$.