

CORSO di ALGEBRA (A-L)

2014-15

PROVA SCRITTA

19-01-2015

Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. **NON** è permesso consultare appunti e testi di esercizi.

Parte I

ESERCIZIO 1.1. Quanti “anagrammi” anche privi di senso si possono formare dalla parola TORRETTE? Quanti di questi contengono almeno una delle sequenze TOR, RET, ETO?

ESERCIZIO 1.2. Discutere la compatibilità ed eventualmente trovare le soluzioni della seguente equazione diofantea:

$$180 = 120x + 980y.$$

Parte II

ESERCIZIO 2.1. Si consideri lo spazio vettoriale reale $\mathbf{R}_2[x]$ dei polinomi a coefficienti reali di grado ≤ 2 . Sia S il sottospazio generato dai vettori seguenti:

$$u = 2+x+2x^2, v = 14-3x+6x^2, w = -3+x-x^2.$$

Determinarne:

- una base di S e quindi la sua dimensione,
- un sottospazio supplementare di S.

ESERCIZIO 2.2. Sia $L: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'endomorfismo di \mathbf{R}^3 definita da:

$$L(1,0,0) = (2,1,-3); L(1,1,0) = (3,3,-2); L(0,0,1) = (0,0,-2).$$

Determinare:

- il valore $L(-1,1,2)$ che l'applicazione assume in $(-1,1,2)$,
- la matrice A associata ad L rispetto alla base canonica,
- gli autovalori di L e una base per ogni autospazio.

Verificare se L può essere rappresentato da una matrice diagonale D ed eventualmente determinare la matrice P tale che $A = P^{-1}DP$.