

CORSO di ALGEBRA (M-Z)

2012-13

PROVA SCRITTA

15-11-2013

Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. E' permesso solo consultare appunti e testi non di esercizi.

Parte I

ESERCIZIO 1.1. Quanti “anagrammi” anche privi di senso si possono formare dalla parola TRASCENDENTE? Quanti di questi contengono almeno una delle sequenze TRA, SCE, ENT?

ESERCIZIO 1.2. Sia S il seguente sottoinsieme:

$$S = \{\text{id}, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\},$$

provare che S è un sottogruppo di S_4 e che è isomorfo al gruppo $U(\mathbf{Z}_8)$.

Parte II

ESERCIZIO 2.1. Sia

$$W = \langle 1+t+t^3; 1+t+t^2; -2-2t+7t^2+t^3, 2t^2-t^3 \rangle$$

il sottospazio dello spazio vettoriale reale $\mathbf{R}_2[t]$ dei polinomi nell'indeterminata t di grado ≤ 3 .

Determinare:

- una base di W e quindi la sua dimensione,
- un sottospazio U tale che $(W \oplus U)$.

ESERCIZIO 2.2. Sia $L: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'endomorfismo di \mathbf{R}^3 la cui matrice associata rispetto alla base canonica è :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

Determinare:

- il valore $L(1,1,-1)$ che l'applicazione assume in $(1,1,-1)$,
- gli autovalori di L e una base per ogni autospazio.

Verificare infine se L può essere rappresentata da una matrice diagonale D ed eventualmente trovare una matrice P tale che $A = P^{-1}DP$.