

ALGEBRA (M-Z)

(2013-14)

SCHEDA 4

Sistemi lineari e matrici

1. Risolvere usando il metodo di Gauss i seguenti sistemi lineari:

$$\begin{array}{lll} (1.1) & \begin{array}{l} x_1+x_2+x_3-x_4=2 \\ 4x_1+4x_2+x_3+x_4=11 \\ x_1-x_2-x_3+2x_4=0 \\ 2x_1+x_2+2x_3-2x_4=2 \end{array} & (1.2) \quad \begin{array}{l} x_1+x_3+x_4=3 \\ 2x_1+x_2+3x_3+x_4=7 \\ 3x_1+x_2+4x_3+2x_4=10 \\ -x_1+2x_2+x_3-3x_4=-1 \end{array} & (1.3) \quad \begin{array}{l} 5x_1-x_2+2x_3+x_4=2 \\ 2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1 \\ x_1-3x_2-6x_3+5x_4=0 \end{array} \end{array}$$

2. Determinare al variare del parametro reale k le soluzioni dei seguenti sistemi lineari:

$$\begin{array}{lll} (2.1) & \begin{array}{l} x_1-x_2-x_3-x_4=-3 \\ 2x_1-3x_2+(k-4)x_3-x_4=-4 \\ 3x_1-4x_2+(k^2-7)x_3-2x_4=k-6 \end{array} & (2.2) \quad \begin{array}{l} x_1+kx_2+x_3=2 \\ -x_1+x_3=0 \\ 3x_1-x_2+kx_3=2 \\ kx_1-x_2-x_3=1 \end{array} & (2.3) \quad \begin{array}{l} (k-1)x_1+3x_2-3x_3=1 \\ -3x_1+(k+5)x_2-3x_3=0 \\ -6x_1+6x_2+(k-4)x_3=-1 \end{array} \end{array}$$

3. Date le matrici :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

determinare

- (3.1) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che $AC = CA$
- (3.2) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che $AC = I$
- (3.3) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che $AC = 0$
- (3.4) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che $BC = I$
- (3.5) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che $BC = 0$

4. Nello spazio vettoriale V_0^3 dei vettori geometrici, sia $B = \{ \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \}$ una base. Dati i vettori:

$\mathbf{v} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{v}_1 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{v}_2 = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, $\mathbf{v}_3 = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, determinare tre vettori $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ tali che :

$\mathbf{v} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3$ e $\mathbf{u}_1 \parallel \mathbf{v}_1, \mathbf{u}_2 \parallel \mathbf{v}_2, \mathbf{u}_3 \parallel \mathbf{v}_3$.

5. Determinare il rango delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 8 & 10 & 11 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -4 & 6 \\ 3 & -4 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Determinare il rango della matrice seguente al variare del parametro k :

$$A = \begin{pmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ k-1 & k(k-1) & 0 \\ 0 & k(k-1) & k \end{pmatrix}$$