ALGEBRA (M-Z)

(2012-13)

SCHEDA 4

Sistemi lineari e matrici

1. Risolvere usando il metodo di Gauss i seguenti sistemi lineari:

(1.1) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3-x_4=2 \\ 4x_1+4x_2+x_3+x_4=11 \\ x_1-x_2-x_3+2x_4=0 \\ 2x_1+x_2+2x_3-2x_4=2 \end{cases}$

(1.2) $\begin{cases} x_1+x_3+x_4=3 \\ 2x_1+x_2+3x_3+x_4=7 \\ 3x_1+x_2+4x_3+2x_4=10 \\ -x_1+2x_2+x_3-3x_4=-1 \end{cases}$

(1.3) $\begin{cases} 5x_1-x_2+2x_3+x_4=2 \\ 2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1 \\ x_1-3x_2-6x_3+5x_4=0 \end{cases}$

2. Determinare al variare del parametro reale k le soluzioni dei seguenti sistemi lineari:

(2.1) $\begin{cases} x_1-x_2-x_3-x_4=-3 \\ 2x_1-3x_2+(k-4)x_3-x_4=-4 \\ 3x_1-4x_2+(k^2-7)x_3-2x_4=k-6 \end{cases}$

(2.2) $\begin{cases} x_1+kx_2+x_3=2 \\ -x_1+x_3=0 \\ 3x_1-x_2+kx_3=2 \\ kx_1-x_2-x_3=1 \end{cases}$

(2.3) $\begin{cases} (k-1)x_1+3x_2-3x_3=1 \\ -3x_1+(k+5)x_2-3x_3=0 \\ -6x_1+6x_2+(k-4)x_3=-1 \end{cases}$

3. Date le matrici :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

determinare

(3.1) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che AC = CA

(3.2) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che AC = I

(3.3) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che AC = 0

(3.4) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che BC = I

(3.5) l'insieme delle matrici C a coefficienti reali tali che BC = 0

4. Nello spazio vettoriale $V_O^{\,3}$ dei vettori geometrici, sia B = { **i,j,k** } una base. Dati i vettori: v = **i - j** +2**k**, v_1 = **i**+2**j**+3**k**, v_2 = 3**i**+2**j**, v_3 = **i**+**j**+**k** , determinare tre vettori u_1, u_2, u_3 tali che : $v = u_1 + u_2 + u_3$ e $u_1 \| v_1$, $u_2 \| v_2$, $u_3 \| v_3$.

5. Determinare il rango delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 8 & 10 & 11 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -4 & 6 \\ 3 & -4 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Determinare il rango della matrice seguente al variare del parametro k:

$$A = \begin{pmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ k-1 & k(k-1) & 0 \\ 0 & k(k-1) & k \end{pmatrix}$$