

ALGEBRA A-L + M-Z

APPELLO STRAORDINARIO
14 NOVEMBRE 2011

C. MALVENUTO, A. VENEZIA

Istruzioni.

- Completare subito la parte inferiore di questa pagina con il proprio nome, cognome e firma.
- Scrivere solamente su questi fogli, anche dietro se occorre, a penna o a matita. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.
- Tutte le risposte vanno **motivate**.
- **Non parlare** pena il ritiro immediato del compito.

ESERCIZIO	PUNTEGGIO
1	/12
2	/10
3	/8
TOTALE	/30

Nome e Cognome ↓	Firma ↓

Esercizio 1. (12 punti)

Nel gruppo simmetrico S_6 sono assegnate le due permutazioni $\sigma = (125)(34)(136)$ e $\tau = (12)(3456)(243)$.

- (a) Scrivere le permutazioni $\sigma, \tau, \sigma\tau, \tau\sigma$ come prodotti di cicli disgiunti e indicare di ciascuna il periodo. [N.B. Si noti che, al solito, si è posto $\sigma\tau = \tau \circ \sigma$.]
- (b) Determinare gli elementi del gruppo ciclico $\langle \sigma\tau \rangle$ e indicarne tutti i sottogruppi.
- (c) Determinare in S_6 un sottogruppo non abeliano di ordine minimo possibile e verificare se è normale in S_6 .

Esercizio 2. (10 punti) Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \\ 2x - 2y - 2z \\ 2x - 3y - z \end{bmatrix}.$$

- (a) Determinare una base B di \mathbb{R}^3 tale che la matrice D che rappresenta f rispetto a tale base sia diagonale.
- (b) Determinare D .
- (c) (Facoltativo: 4 punti) Determinare una matrice P tale che $A = P^{-1}DP$, dove A è la matrice associata a f rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^3 .

Esercizio 3. (8 punti) Determinare le soluzioni dell'equazione congruenziale in \mathbb{Z}_{30} (anello delle classi resto modulo 30):

$$24x \equiv 66 \pmod{30}.$$