Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**

COMPITO SCRITTO - 4 giugno 2013 - FOGLIO RISPOSTE

NOME e COGNOME____

CANALE: G. Nappo VOTO: __________

N.B. Scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi
oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, mettere una croce sui punti risolti degli esercizi. ATTENZIONE ALLE DOMANDE CON L'ASTERISCO $*$

Esercizio 1.

i) ☐ $*$ ________

ii) ☐ $*$ ________

iii) ☐ (a) ________ ☐ (b) ________

iv) ☐ ________

v) ☐ (a) ________ ☐ (b) **(facoltativo)** ________

vi) ☐ (a) ________ ☐ (b) **(facoltativo)** ________

Esercizio 2.

i) ☐ $*$ (a) ________ ☐ $*$ (b) ________

ii) ☐ $*$ (a) ________ ☐ $*$ (b1) ________ ☐ $*$ (b2) ________

iii) ☐ ________

iv) ☐ ________

v) ☐ **(facoltativo)** ________

Esercizio 3.

i) ☐ $*$ ____________

ii) ☐ $*$ ***(a)*** ____________ ☐ $*$ ***(b)*** ____________

iii) ☐ ***(a)*** ____________ ☐ ***(b)*** ____________

iv) ☐ ____________

v) ☐ $*$ ***(a)*** ____________ ☐ $*$ ***(b)*** ____________

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**

Prof. G. Nappo – COMPITO SCRITTO 4 GIUGNO 2013

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ______________________________

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **GIUSTIFICANDO** brevemente i passaggi svolti.
ATTENZIONE: Svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 1. Siano U e V due variabili aleatorie con U a valori in $\{-1, 0, +1\}$ e V a valori in $\{-1, 0, +1, +2\}$ tali che

$$P(U = -1, V = -1) = P(U = -1, V = +1) = P(U = +1, V = -1) = P(U = +1, V = +1) = c,$$

$$P(U = -1, V = 2) = P(U = 0, V = 2) = P(U = +1, V = 2) = P(U = 0, V = 0) = 2c$$

e $P(U = i, V = j) = 0$ per i rimanenti valori di (i, j).

i) $*$ **Spiegare** perché $c = \frac{1}{12}$.

ii) $*$ Calcolare la densità discreta di U e il suo valore atteso e la sua varianza

iii) (a) Calcolare $Cov(U, V)$. (b) Le variabili aleatorie U e V sono indipendenti?

iv) Calcolare valore atteso e varianza di $X = UV$, mostrando che $E(X) = 0$ e $Var(X) = \frac{5}{3}$.
(**suggerimento per abbreviare i calcoli:** ricordare la formula per calcolare $E[g(U, V)]$)

v) (a) Utilizzando la disuguaglianza di Chebyshev trovare una minorazione per $P(|X| \leq \frac{5}{3})$.
(b) **(facoltativo)** Calcolare esattamente $P(|X| \leq \frac{5}{3})$.

vi) Se $\{X_i\}_{i\geq 1}$ è una successione di variabili aleatorie (globalmente) indipendenti e tutte con la stessa legge di X, calcolare approssimativamente

$$\textbf{(a)} \quad P\Big(\sum_{i=1}^{240} X_i \leq \frac{226}{10}\Big) \quad \text{e} \quad \textbf{(b)(facoltativo)} \quad P\Big(\sum_{i=1}^{240} X_i \geq -\frac{226}{10}\Big).$$

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ______________________________

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo, almeno per i punti *i)*, *ii)* e *iii)*.

Esercizio 2.

Si lancia un dado ben equilibrato a quattro facce (numerate da 1 a 4). Sia X il valore ottenuto. A questo punto si prende un'urna e si mettono nell'urna X palline bianche e $4-X$ palline rosse (ossia, se $X=k$ la composizione dell'urna diventa *"k palline bianche e* $4-k$ *palline rosse"*) e si estraggono dall'urna due palline **SENZA REINSERIMENTO**.

Posto Y_B il numero di **PALLINE BIANCHE** ottenute in questo modo (dalle due estrazioni).

i) * (a) Calcolare $P(Y_B=0|X=k)$, per $k=1, 2, 3, 4$ e $P(Y_B=0)$.
* (b) Le variabili aleatorie X e Y_B sono indipendenti?

ii) * (a) **Sapendo che sono uscite solo palline rosse,** calcolare la probabilità che nel lanciare il dado sia uscito il numero 2.
* (b1) Stessa domanda con 1 al posto di 2 * (b2) Stessa domanda con 4 al posto di 2.

iii) Mostrare che $\mathbb{E}(Y_B)=5/4$

iv) Scrivere l'espressione della densità discreta di Y_B.

v) **(facoltativo)** Scrivere l'espressione della densità discreta congiunta di X e Y_B, specificando per quali valori è diversa da zero.

COMPITO SCRITTO DI **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ** del 4 giugno 2013, Prof. G. Nappo

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ______________________________

noindent **N.B.** Scrivere, **giustificando brevemente i passaggi svolti,** le soluzioni degli esercizi su questi fogli

ATTENZIONE: NON È NECESSARIO svolgere tutti i calcoli fino in fondo. Tuttavia dovete esplicitare i coefficienti binomiali e cercare di semplificare i calcoli al massimo

Esercizio 3.

Tre giocatori, Alberto, Bruno e Carlo giocano con le carte napoletane, ossia con un mazzo di 40 carte con 4 semi (denari, coppe, spade e bastoni) e dieci carte per ciascun seme (1=asso, 2,...,8=fante,9=cavallo,10=re, RICORDIAMO che fanti, cavalli e re vengono dette *"figure"*)) . Ciascuno riceve 10 carte (le rimanenti 10 carte rimangono nel mazzo). Posto A, l'evento *Alberto riceve 5 figure* ***(ossia esattamente cinque figure)*** , e similmente per gli eventi B e C, calcolare:

i) $*$ p_1 :=la probabilità che Alberto riceva 5 figure,

ii) $*$ ***(a)*** **sapendo che Alberto ha ricevuto 5 figure**, la probabilità che Bruno riceva 5 figure,
$*$ ***(b)*** p_2 :=la probabilità che sia Alberto che Bruno ricevano 5 figure,

iii) ***(a)*** p_3 :=la probabilità che almeno uno tra Alberto, Bruno e Carlo riceva 5 figure,
(b) q_3 :=la probabilità che nessuno tra Alberto, Bruno e Carlo riceva 5 figure.

iv) p_4 :=la probabilità che Carlo riceva 2 assi e 5 figure.

Posto X_A il numero di figure ricevute da Alberto,

v) $*$ ***(a)*** individuare il tipo di distribuzione di X_A, $*$ ***(b)*** calcolare il valore atteso di X_A.