ESERCIZI DI CALCOLABILITA E COMPLESSITA

RIGELS ZYFERI Mat: 693236

10/11/2005

Serie B

1) E' vero che ogni sottinsieme di un insieme regolare è regolare? Si motivi la risposta.

L' affermazione che ogni sottinsieme regolare è regolare è falso, perche se consderiamo Σ^* il linguaggio regolare che contiene tutte le stringhe possibili sull' alfabeto Σ, allora avvevamo che tutti i linguaggi sono regolari, ma sappiamo che questo è falso sicome esistono dei linguaggi non regolari come per esempio $a^n b^n$, per ogni $n>=0$.

2) E' possibile costruire un automa a stati finiti deterministico con ε-mosse? Se la risposta è si, si dia la costruzione, altrimenti si motivi la risposta.

Per la definizione dell' automa a stati finiti deterministico (DFA) segue che:

Un automa a stati finiti deterministico è una 5-tupla $(Q, \Sigma, \delta, q, F)$, dove

1. Q è un insieme finito di stati.
2. Σ è un insieme finito di caratteri.
3. $\delta:Q\text{x}\Sigma \dashrightarrow Q$ é la funzione di transizione.
4. $q\in Q$ è il stato di partenza.
5. $F\subset Q$ è l'insieme di stati finiti o di accettazione.

Con la definizione data si capisce che per ogni stato in Q e per un dato elemento dell alfabeto Σ non esistono piu di una transizione per quell elemento e non esitono nessun ε-mosse sicome $\{\varepsilon\}$ non appartiene a Σ.

Dal definizione precedente segue che non è possibile costruire un automa a stati finiti deterministico con ε-mosse, ma se estendiamo la funzione di transizione δ dal dominio $Q\text{x}\Sigma$ al dominio $Q\text{x}\Sigma^*$ cioè $\delta^* :Q\text{x}\Sigma^* \dashrightarrow Q$, definito ricorsivamente come segue:

Base: Se $|x|=0$, allora $\delta^*(q,x)=q$

Passo ricorsivo: Se $|x|>0$, allora $x=ya$ t.c $y\in\Sigma^*$ e $a\in\Sigma$ consideriamo il seguento caso.

$$\delta^*(q,x)=\delta(\delta^*(q,y),a)$$

Notiamo che $\delta(q,a)=\delta^*(q,a)$, per ogni $a\in\Sigma$.

E definiamo l'accettazione come segue:

$z\in\Sigma^*$ è accettata da un DFA B se $\delta^*(q,z)\in F$, dove q è lo stato iniziale.

Allora possiamo dire che siamo arrivati a costruire un automa deterministico con ε-mosse, sicome considerando la base della definizione del funzione ricorsivo di transizione $\{\varepsilon\}\in\Sigma^*$, e per ogni stato dell' automa abbiamo un ε-mossa in se stesso.

3) Si dimostri, usando il pumping lemma, che il linguaggio delle parole palindrome su {0,1}non è regolare.

Definiamo il linguaggio dei palindromi come Pal={s∈{a,b}* | s=reverse(s)}, dove

$$\text{reverse}(\varepsilon)=\varepsilon \text{ , reverse}(a_1\text{.....} \ a_n)= a_n\text{.......} \ a_1$$

Per dimostrare con “Pumping Lemma” che il linguaggio Pal non è regolare, dobbiamo assumere che Pal è regolare per ottenere la contradizione.

Sia **p** un qualsiasi intero, consideriamo **s**=$a^p b a^p$, per la definizione del linguaggio Pal, **s**∈Pal e per uno dei criteri di Pumping Lemma |**s**|>=**p.**

Consideriamo la scomposizione di **s** come **s**=xyz dove |y|>=1 e |xy|<=**p** .

Allora denotiamo $x=a^r$ e $y=a^s$ con r>=0,1<=s<=k. Sicome r+s<=k, esiste t>=0 t.c r+s+t=k .

Considerando xyyz =$xy^2z=a^r\ a^{2s}a^tba^k$, dove $z=a^tba^k$ non appartiene al Pal perche r+2s+t non è uguale a k. Segue la contradizione che Pal è regolare, cioè finalmente Pal non è regolare.