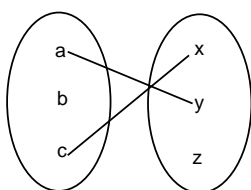


Corso di Logica Matematica, a.a. 2002/03, canale A-D
Docente: Prof.ssa Anna Labella

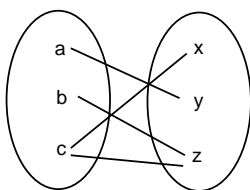
Esercizi sulle funzioni: definizioni, f. iniettive, suriettive,
composte, inverse, estensioni e restrizioni di funzioni

Paola Rizzo

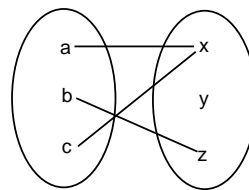
1. Dire se ciascuno dei seguenti diagrammi definisce una funzione da $A = \{a, b, c\}$ a $B = \{x, y, z\}$.



(1)



(2)



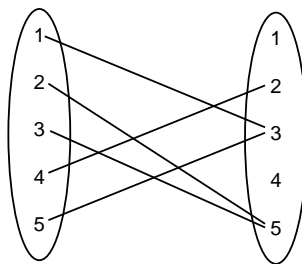
(3)

2. Sia $f(x) = x^2$ una funzione definita sull'intervallo chiuso $-2 \leq x \leq 8$.
Trovare: (a) $f(4)$; (b) $f(-3)$; (c) $f(t-3)$.
3. Sia la funzione $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{se } x > 3 \\ x^2 - 2 & \text{se } -2 \leq x \leq 3 \\ 2x + 3 & \text{se } x < -2 \end{cases}$$

Trovare: (a) $f(2)$; (b) $f(4)$; (c) $f(-1)$; (d) $f(-3)$.

4. Sia $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Sia definita una funzione $f : A \rightarrow A$ dal seguente diagramma:



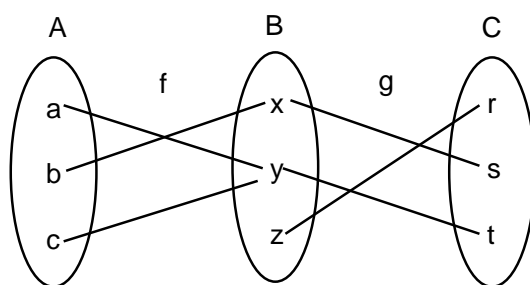
Qual'è l'insieme delle immagini di f ?

5. Sia $W = \{a, b, c, d\}$, e sia f una funzione da W a W definita da $f(a) = a$, $f(b) = c$, $f(c) = a$, $f(d) = a$: trovare l'insieme delle immagini di $f : W \rightarrow W$.
6. Sia $V = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, e sia $g : V \rightarrow \mathcal{R}$ definita dalla formula $g(x) = x^2 + 1$: trovare l'insieme delle immagini di g .
7. Sia $A = \{a, b, c, d, e\}$ e sia B l'insieme di lettere dell'alfabeto. Siano le funzioni f , g e h da A a B definite da:
 - (a) $f(a) = r, f(b) = a, f(c) = s, f(d) = r, f(e) = e$;
 - (b) $g(a) = a, g(b) = c, g(c) = e, g(d) = r, g(e) = s$;
 - (c) $h(a) = z, h(b) = y, h(c) = x, h(d) = y, h(e) = z$.

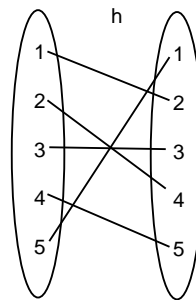
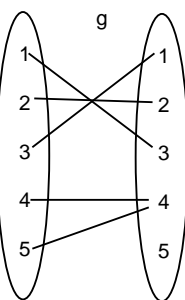
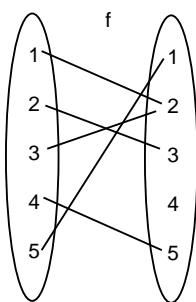
Di ciascuna funzione dire se è iniettiva o no.

8. Dire se ciascuna delle seguenti funzioni è iniettiva:
 - (a) a ciascuna persona vivente sulla terra assegnare la sua età;
 - (b) a ciascuna nazione del mondo assegnare il numero di persone che vivono in essa;
 - (c) a ciascun libro scritto da un unico autore assegnare il suo autore;
 - (d) a ciascuna nazione del mondo che ha un primo ministro assegnare il suo primo ministro.
9. Sia $A = [-1, 1] = \{x : -1 \leq x \leq 1\}$, $B = [1, 3]$ e $C = [-3, -1]$. Siano le funzioni $f_1 : A \rightarrow R$, $f_2 : B \rightarrow R$, e $f_3 : C \rightarrow R$ definite dalla regola: a ciascun numero assegnare il suo quadrato. Quale delle funzioni è iniettiva?

10. Sia $f : A \rightarrow B$ una funzione suriettiva: trovare $f(A)$, cioè l'insieme delle immagini di f .
11. La funzione $f : A \rightarrow A$ dell'esercizio 4 è suriettiva?
12. Siano le funzioni $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$ definite dal seguente diagramma:



- (a) trovare la funzione composta $(g \circ f) : A \rightarrow C$; (b) trovare gli insiemi delle immagini di f , g e $g \circ f$.
13. Siano le funzioni f e g definite sui numeri reali da: $f(x) = x^2 + 2x - 3$, $g(x) = 3x - 4$. (a) Trovare le formule che definiscono le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$; (b) controllare le formule mostrando che $(g \circ f)(2) = g(f(2))$, e $(f \circ g)(2) = f(g(2))$.
14. Sia $W = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, e siano le funzioni $f : W \rightarrow W$, $g : W \rightarrow W$, $h : W \rightarrow W$ definite dai seguenti diagrammi:



Quali di queste funzioni hanno una funzione inversa?

15. Sia $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ definita da $f(x) = 2x - 3$. Si noti che f è biiettiva, per cui ha una funzione inversa $f^{-1} : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$. trovare una formula che definisca f^{-1} .
16. Si consideri la funzione $f(x) = x$, dove $x \geq 0$. Indicare se ciascuna delle seguenti funzioni è un'estensione di f :
- (a) $g_1(x) = x$, dove $x \geq -2$;
 - (b) $g_2(x) = |x|$ per tutti gli $x \in \mathcal{R}$;
 - (c) $1 : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$;
 - (d) $g_3(x) = (x + |x|)/2$;
 - (e) $g_4(x) = x$, dove $x \in [-1, 1]$.
17. In termini insiemistici, qual'è la relazione fra una funzione $f : A \rightarrow B$ e la restrizione di f ad un sottoinsieme A' di A ?