

Corso di Logica Matematica, a.a. 2002/03, canale A-D

Docente: Prof.ssa Anna Labella

Esercizi sull'equipotenza di insiemi

Paola Rizzo

1. Siano $R = \{1, 2, 5, 8\}$ e $S = \{\text{Marco}, \text{Laura}, \text{Giovanni}, \text{Luca}\}$. Esiste una biiezione da R a S ? I due insiemi sono equipotenti, cioè $R \sim S$?
2. Dati $M = \{1, 2, 3\}$ e $N = \{1, 2\}$, elencare tutte le funzioni da M a N , ed indicare se i due insiemi sono equipotenti.
3. Gli intervalli $G = [0, 1]$ e $H = [2, 5]$ sono equipotenti?
4. La sequenza $\{1, 1/2, 1/3, \dots, 1/n, \dots\}$ è numerabile?
5. La sequenza $\{(1, 1), (4, 8), (9, 27), \dots, (n^2, n^3), \dots\}$ è numerabile?
6. In generale, data una sequenza infinita $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots\}$, esiste una biiezione dai numeri naturali agli elementi della sequenza?
7. Usando il metodo della diagonalizzazione di Cantor, dimostrare che $\mathcal{N} \times \mathcal{N} \sim \mathcal{N}$.
8. Usando il metodo della diagonalizzazione di Cantor, dimostrare che l'insieme $A = [0, 1]$ ha la potenza del continuo.
9. Dimostrare che: (a) $[0, 1] \sim (0, 1)$; (b) $[0, 1] \sim [0, 1)$; (c) $[0, 1] \sim (0, 1]$.
10. Dimostrare che ciascuno dei seguenti intervalli, in cui $a < b$, non è numerabile: (a) $[a, b]$, (2) (a, b) , (c) $[a, b)$, (d) $(a, b]$.