Corso di Logica Matematica, a.a. 2002/03, canale A-D
Docente: Prof.ssa Anna Labella

Esercizi sulla logica degli enunciati: valori di verità, tavole di verità, equivalenze logiche, tableaux

Paola Rizzo

1. Quali dei seguenti enunciati è vero? (a) Parigi è in Francia e $2+2=5$; (b) Parigi è in Inghilterra e $2+2=4$; (c) Parigi è in Inghilterra e $2+2=5$; (d) Parigi è in Francia e $2+2=4$.

2. Quali dei seguenti enunciati è vero? (a) Parigi è in Francia o $2+2=5$; (b) Parigi è in Inghilterra o $2+2=4$; (c) Parigi è in Francia o $2+2=4$; (d) Parigi è in Inghilterra o $2+2=5$.

3. Quali dei seguenti enunciati è vero? (a) se Parigi è in Francia allora $2+2=5$; (b) se Parigi è in Inghilterra allora $2+2=4$; (c) se Parigi è in Francia allora $2+2=4$; (d) se Parigi è in Inghilterra allora $2+2=5$.

4. Quali dei seguenti enunciati è vero? (a) Parigi è in Francia sse $2+2=5$; (b) Parigi è in Inghilterra sse $2+2=4$; (c) Parigi è in Francia sse $2+2=4$; (d) Parigi è in Inghilterra sse $2+2=5$.

5. Siano p "Fa freddo" e q "Piove". Tradurre in forma linguistica i seguenti enunciati: (a) $\neg p$; (b) $p \wedge q$; (c) $p \vee q$; (d) $q \leftrightarrow p$; (e) $p \rightarrow \neg q$; (f) $q \vee \neg p$; (g) $\neg p \wedge \neg q$; (h) $p \leftrightarrow \neg q$; (i) $\neg\neg q$; (j) $(p \wedge \neg q) \rightarrow p$.

6. Siano p "Luigi è alto" e q "Luigi è bello". Scrivere ciascuna delle seguenti frasi in forma di enunciato usando p e q: (a) Luigi è alto e bello; (b) Luigi è alto ma non bello; (c) è falso che Luigi è basso o bello; (d) Luigi non è bello né alto; (e) Luigi è alto, oppure è basso e bello; (f) non è vero che Luigi è basso o non bello.

7. Determinare il valore di verità di ciascuno dei seguenti enunciati: (a) se $3+2=7$, allora $4+4=8$; (b) non è vero che: $2+2=5$ sse $4+4=10$; (c) Parigi è in Inghilterra o Londra è in Francia; (d) non è vero che $1+1=3$ o $2+1=3$; (e) è falso che se Parigi è in Inghilterra allora Londra è in Francia.

8. Costruire la tavola di verità di ciascuno dei seguenti enunciati: (a) $\neg p \wedge q$; (b) $\neg(p \rightarrow \neg q)$; (c) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$; (d) $\neg(p \wedge q) \vee \neg(q \leftrightarrow p)$; (e) $(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow \neg q)$; (f) $(p \rightarrow (\neg q \vee r)) \wedge \neg(q \vee (p \leftrightarrow \neg r))$.

9. Verificare, mediante le tavole di verità, le seguenti equivalenze logiche:

   (a) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (Legge di DeMorgan);

   (b) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (Legge di DeMorgan);

   (c) $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$;

   (d) $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q \equiv \neg p \leftrightarrow q$;

   (e) $\neg\neg p \equiv p$.

10. Usare i risultati dell'esercizio precedente per semplificare ciascuno dei seguenti enunciati: (a) $\neg(p \vee \neg q)$; (b) $\neg(\neg p \rightarrow q)$; (c) $\neg(p \wedge \neg q)$; (d) $\neg(\neg p \wedge \neg q)$; (e) $\neg(\neg p \leftrightarrow q)$; (f) $\neg(\neg p \rightarrow \neg q)$.

11. Semplificare ciascuna delle frasi seguenti:

    (a) non è vero che le rose sono rosse implica che le violette sono blu;

    (b) non è vero che fa freddo e piove;

    (c) non è vero che Luigi è basso o bello;

    (d) non è vero che non fa freddo o piove;

    (e) non è vero che se piove allora fa freddo;

    (f) non è vero che: le rose sono rosse sse le violette sono blu.

12. Usando il metodo dei tableaux e le tavole di verità, verificare se i seguenti enunciati sono tautologie:

    (a) $((A \vee B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C))$;

    (b) $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$;

(c) $A \to (A \to \neg A)$;

(d) $\neg(A \to B) \to ((A \to C) \to \neg B)$;

(e) $(A \to B) \vee (B \to C) \vee (C \to A)$;

(f) $(A \to B) \to ((A \to C) \to (A \to (B \wedge C)))$;

(g) $((A \to C) \wedge (B \to C)) \to ((A \vee B) \to C)$.

13. (a) Dimostrare la Legge Associativa: $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$;

(b) dimostrare la Legge Distributiva: $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$;

(c) dimostrare che l'operazione di disgiunzione può essere scritta in termini di congiunzione e negazione: $p \vee q \equiv \neg(\neg p \wedge \neg q)$;

(d) dimostrare che l'operazione di implicazione è distributiva rispetto all'operazione di congiunzione: $p \to (q \wedge r) \equiv (p \to q) \wedge (p \to r)$.