Prova scritta di Calcolo Integrale
del
3/2/2004
(Comm.M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Studiare le seguenti serie

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+\sqrt{n}}}$$
$$b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2(\sqrt{3}+(-1)^n)^n}{3^n}$$

2. Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x-2}{x^2+2x+5}dx$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_T y[(x-1)^2+y^2]dxdy$$

dove $T := \{(x,y) : 0 \leqslant y \leqslant x-1,\ (x-1)^2+y^2 \leqslant 9\}$

4. Utilizzando la formula di Taylor, calcolare il

$$\lim_{x\to 0} \frac{(\cos(x^4)-1)^2-\sin(x^4)}{x^2(e^{x^2}-1)}$$

5. Per quali valori di $k \in R$ è periodica la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{aligned} y''+y' &= \sin 2x \\ y(0) &= 0 \\ y'(0) &= k \end{aligned}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
10/7/2003
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sin x)^n}{n}$$

trovare
i) l'insieme di convergenza semplice ed assoluta;
ii) gli intervalli di convergenza totale.

2.Calcolare l' integrale

$$\int \frac{2x \log x}{(1+x^2)^2} dx$$

3. Calcolare l'integrale

$$\int\int_D y dx dy$$

dove D è la parte di piano all'interno del disco chiuso di centro $(1/2, 0)$ e raggio $1/2$ e sopra la retta $x + y = 1$.

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y-x)^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
26/9/2003
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

2. Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_T \frac{y}{x} dxdy$$

dove T è il triangolo di vertici $(1,2),(2,1),(2,2)$.

3. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{(x^2+1)^n}$$

studiarne la convergenza semplice e la convergenza totale in R.

4. Studiare il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{2}{x}y + 4x \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
19/2/2004
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Data la serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n \log(1+\frac{x}{n}),\ x > -1$$
trovare:
i) l'insieme di convergenza puntuale;
ii) gli intervalli di convergenza totale.

2. Calcolare il seguente integrale
$$\int x arctg(x^2) dx$$

3. Calcolare l' integrale improprio
$$\int\int_T \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$
dove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$, $(1, \frac{1}{\sqrt{3}})$.

4. Trovare la soluzione della equazione
$$y'' - 16y = 2e^{4x}$$
che verifica le seguenti condizioni:
i) ha un asintoto orizzontale per $x \to -\infty$;
ii) ha la tangente in $x = 0$ parallela alla retta $y = -x$.

5. Calcolare la derivata rispetto ad x della funzione
$$f(x) = \int_1^{x^2} \sin\sqrt{\frac{1+t^3}{1+t^4}} dt$$
utilizzando il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Primo compito di esonero di Calcolo Integrale per Informatica
6/5/2004
Prof. C.Nebbia

Es.n.1
Scrivere la serie di Taylor di centro zero della funzione:

$$f(x) = x\cos(x^2) - \frac{\sin(x^2)}{x}$$

Es.n.2
Studiare la convergenza semplice, assoluta e determinare gli intervalli in cui converge totalmente la serie seguente:

$$\sum_{k=1}^{+\infty}(-1)^k \frac{(x^2-1)^k}{k+\sqrt{k}+1}$$

.

.

Es.n.3
Studiare le serie numeriche seguenti:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{\sqrt{n}}}{n!}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+(\sqrt{3})^n}{2^n}$$

Es.n.4
Calcolare il massimo ed il minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = (x^2+y^2)e^{(x+y)}$$

sul triangolo chiuso del primo quadrante delimitato dagli assi coordinati e dalla retta di equazione y+x=2.

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
25/6/2004
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(2x^2-1)^n}{n^2-n}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int e^{\sin x} \sin 2x \; dx$$

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int\int_D x^2 y dx dy$$

dove $D := \{(x,y) : x^4 \leqslant y \leqslant x^2\}$.

4. Calcolare il seguente limite, utilizzando la formula di Mac Laurin

$$\lim_{x\to 0} \frac{6\sin x - 6arctgx - x^3}{x^5}$$

5. Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' - y' = \frac{e^x}{e^x+1}$$

C A L C O L O   I N T E G R A L E

Es.n°1.
Utilizzando la formula di Taylor, approssimare a meno di un centesimo il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} x^2 e^{x^2} dx$$

Es.n°2.
Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{x e^{arctgx}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$$

Es.n°3.
Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_0^1 \sqrt{\log \frac{1}{x}} dx$$

Es.n°4.
Risolvere la seguente equazione:

$$y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{1+x^2}$$

Prova Scritta di Analisi Matematica(Informatica)

Calcolo Differenziale

1 febbraio 2002

Comm.: M. Badii, F. Leoni, C. Nebbia e C. Pinzari

1) Studiare la funzione

$$f(x) = \log(e^{\frac{x^2}{x-1}} + 1)$$

determinando gli insiemi di crescenza e decrescenza. Non è richiesto lo studio di $f''(x)$.

2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \arctan(x), & x > 1 \\ ?, & x = 1, \\ \frac{\pi}{4} e^{x-1}, & x < 1 \end{cases}$$

trovare il valore da assegnare alla $f(x)$ in $x = 1$ affinché sia continua. È uniformemente continua su $(-\infty, 1]$? E su R?

3) Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} \sin(n!x).$$

4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \to \infty} n \log(1 + \frac{1}{2n+1}).$$

Calcolo Integrale-Nuovo Ordinamento

10 giugno 2002

Comm.: M. Badii, F. Leoni e C. Pinzari

1) Calcolare

$$\int \frac{\log(1+x)}{(2+x)^2}dx.$$

2) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' - 3y' + 2y = (x-1)e^{2x}.$$

3) Dire se esiste, ed eventualmente calcolarlo, il

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2(\sin x - x)}{x^4 + y^4}.$$

4) Calcolare

$$\int\int_T (x^2 + (y-3)^2)dxdy$$

dove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(3,0)$ e $(0,3)$.

Prova Scritta di Analisi Matematica(Informatica)

Calcolo Differenziale

10 giugno 2002

Comm.: M. Badii, F. Leoni e C. Pinzari

1) Calcolare

$$\lim_n \left(\frac{2n-1}{n+3}\right)^{\sqrt{\frac{4n^2-3n+1}{8n^2+1}}}.$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan \frac{2x}{x+1}.$$

Si richiede anche lo studio della convessità.

3) Studiare, al variare di $x \in R$, la convergenza della serie

$$\sum_2^\infty \frac{(1-x)^n}{n-1}.$$

4) La funzione

$$f(x) = e^x + \arctan x$$

è invertibile (motivare la risposta)? In caso affermativo calcolare

$$(f^{-1})'(1).$$

Calcolo Integrale-Vecchio Ordinamento

28 giugno 2002

Comm.: M. Badii, F. Leoni e C. Pinzari

1) Per quali $\alpha > 0$ il seguente integrale è convergente?

$$\int_0^1 \frac{\arctan x}{x^\alpha} dx$$

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{3y}{x} + x^3 e^x \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

3) Calcolare

$$\int_1^3 |x-2| \log(x) dx.$$

4) Calcolare, utilizzando la formula di Mac Laurin, il seguente limite:

$$\lim_{x \to 2} \frac{\log(3x^2 - 11) - 12(x-2)}{(x-2)^2}.$$

Prova scritta di Calcolo Integrale (vecchio ordinamento)
del 6/9/2002

Comm. M.Badii-F.Leoni-C.Pinzari

1. Calcolare

$$\int \frac{x}{4-x^2+\sqrt{4-x^2}}dx$$

2. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y(x^2+xy+y^2)}{x(x^2+3xy+y^2)} \\ y(1)=1 \end{cases}$$

3. Calcolare utilizzando la formula di MacLaurin il

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}}\cdot\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)$$

4. Stabilire se converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\log x}{1-x}dx$$

Prova Scritta dell'esame di

Calcolo Integrale (Informatica)

5 luglio 2002

Comm.: M. Badii, F. Leoni e C. Pinzari

1) Trovare il massimo ed il minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = x\log(x^2+y^2)$$

nell'insieme

$$C = \{(x,y) \in R^2 : x^2+y^2 \leq 1\}.$$

2) Calcolare

$$\int\int_A |y-x| dxdy$$

dove

$$A = \{(x,y) \in R^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1\}.$$

3) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x^2-3x+1}{x(x-1)^2} dx.$$

4) Trovare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{1+x^2}.$$

Prova scritta di Calcolo Integrale (vecchio ordinamento)
del 13/9/2002
Comm. M.Badii-F.Leoni-C.Pinzari

1. Determinare le coppie a , $b \in R$ per le quali

$$\lim_{x\to 0} \frac{(ax^2+(b-1)x)(3x+1)+5(a-1)x^3}{x^2} = 3$$

2. Trovare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 3y' + 2y = xe^x$$

3. Dire se converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}\log x}$$

4. Calcolare il seguente integrale

$$\int \log \frac{(x)^{2/3}}{e^{(x)^{2/3}}} dx$$

Prova scritta di Calcolo Differenziale
del
13/9/2002
Comm. M.Badii-F.Leoni-C.Pinzari

1. calcolare il

$$\lim_{n\to+\infty}\sqrt{n+2-\sqrt{n^2+1}}$$

2. Studiare la funzione

$$f(x)=\frac{1}{(x-1)(x-3)}$$

e disegnarne il grafico

3. Dire per quali valori di $x\in R$, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}\left(\frac{x}{2x+1}\right)^n$$

è convergente

4. Calcolare il

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x+2}\right)^{x^3}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale

1. Data la funzione

$$f(x,y) = \left\{ \begin{array}{c} \dfrac{x^2y^3}{x^2+y^2}, \ (x,y) \neq (0,0) \\ 0, \ (x,y) = (0,0) \end{array} \right\}$$

stabilire se
i) è continua nel punto $(0,0)$;
ii) è differenziabile in $(0,0)$

2. Trovare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 3y' + 2y = xe^x$$

3. Dire se converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}\log x}$$

4. Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int\int_D x \sin | x^2 - y | \, dxdy$$

nell'insieme $\{(x,y) : 0 \leqslant x \leqslant 1 \, , \, 0 \leqslant y \leqslant 1\} = D$

Prova scritta di Calcolo Integrale(Informatica)
del
23/1/2003

1. Calcolare il seguente integrale

$$\int\int_A x \sin \mid x^2 - y \mid dxdy$$

dove $A := \{(x,y) : 0 \leqslant x \leqslant 1, 0 \leqslant y \leqslant 1\}$

2. Trovare l'integrale generale dell' equazione differenziale

$$y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \sin x$$

3. Data la funzione così definita

$$f(x,y) \left\{ \begin{array}{c} = (y)^{1/3} e^{-y^2/x^4},\ x \neq 0 \\ = 0\ ,\ x = 0 \end{array} \right\}$$

dire se
i) è continua in $(0,0)$;
ii) è differenziabile in $(0,0)$

4. Calcolare il seguente integrale

$$\int \sin 2x \log(\sin x) dx$$

5. Trovare il valore di $\alpha \in R$ per il quale

$$\lim_{x \to 0} \frac{\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t}}}{x^\alpha}$$

sia finito e diverso da zero

6. Dire se è convergente l'integrale

$$\int_0^1 \sqrt{1 + \frac{1}{x}} dx$$

Prova Scritta di Calcolo Integrale (Informatica)

4 febbraio 2003

1) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int\int_A \frac{y^2}{1+x^2+y^2}dxdy,$$

dove $A = \{(x,y) : x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

2) Studiare la continuità e differenziabilità in $(0,0)$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} e^{\frac{x^2}{x^2+y^2}}, (x,y) \neq (0,0) \\ 0, (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\arctan\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}}dx.$$

4) Trovare l'integrale generale della seguente equazione differenziale.

$$y' + \text{cotan}(x)y = x^3.$$

5) Trovare il valore del parametro $\alpha \in R$ per il quale

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x^\alpha},$$

dove

$$f(x) = x^4 \arctan\frac{1}{x},$$

è finito e non nullo.

6) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_0^1 \frac{\log(1+\sqrt{x})}{\sin x}dx.$$

Prova scritta di Calcolo Integrale (Informatica)
del
20/2/2003

1. Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{tg^2 x}{1+tgx} dx$$

2. Per quali valori di $\lambda \in R$, esiste una soluzione limitata e non nulla del seguente problema

$$\begin{gathered} y'' + 3y = \lambda y \\ y(0) = 0 \end{gathered}$$

3. Dire, motivando la risposta, se esiste il

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(1+x)^2(1+y)^2 - 1}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

4. Per quali valori di $\beta \in R$ converge il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^\beta \log(1+\sin x)}$$

5. Calcolare, utilizzando la formula di MacLaurin, il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{2 - 2\cos(x^2)}{3x^4 - x^6}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
26/6/2003
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x}{1-x} \right)^n, x \neq 1$$

studiare:
i) la convergenza semplice ed assoluta;
ii) la convergenza totale

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int arctg(1+x)dx$$

3.Calcolare

$$\frac{\int \int_A ydxdy}{mis\ A}$$

dove $A : \{(x,y) : x^2 \leqslant y \leqslant 1\}$ e $mis\ A = \int \int_A dxdy$

4. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione

$$2y'' + y' - y = x + e^x$$

tali che $y(0) = -1/2$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
10/7/2003
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sin x)^n}{n}$$

trovare
i) l'insieme di convergenza semplice ed assoluta;
ii) gli intervalli di convergenza totale.

2.Calcolare l' integrale

$$\int \frac{2x \log x}{(1+x^2)^2} dx$$

3. Calcolare l'integrale

$$\int \int_D y dx dy$$

dove D è la parte di piano all'interno del disco chiuso di centro $(1/2, 0)$ e raggio $1/2$ e sopra la retta $x + y = 1$.

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y-x)^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
15/9/2003
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Dire per quali valori di $\alpha > 0$, converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha \sqrt{n^2+n+1}}$$

2. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^3) - x^2 \sin x}{(e^{x^2}-1)^2}$$

3.Calcolare l' integrale

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x} dx$$

4. Trovare l'integrale generale della seguente equazione

$$y'' - 16y = 2e^{4x}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
26/9/2003
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

2. Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_T \frac{y}{x} dxdy$$

dove T è il triangolo di vertici $(1,2),(2,1),(2,2)$.

3. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{(x^2+1)^n}$$

studiarne la convergenza semplice e la convergenza totale in R.

4. Studiare il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\dfrac{2}{x} y + 4x \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
4/6/2004
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Calcolare il seguente integrale

$$\int \sin^3 x \cos^2 x dx$$

2. Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int\int_A | y - x^3 | dxdy$$

dove $A := \{(x, y) \in R \, , \, 0 \leqslant x \leqslant 1, \, 0 \leqslant y \leqslant 1\}$.

3. Studiare in $[0, +\infty)$ la convergenza semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log(1 + nx^n)$$

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' &= \dfrac{-2x}{1+x^2} y + \dfrac{1}{x(1+x^2)} \\ y(-1) &= 0 \end{cases}$$

5. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y &= e^x + x^2 \\ y(0) &= 0 \\ y'(0) &= \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
25/6/2004
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(2x^2-1)^n}{n^2-n}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int e^{\sin x} \sin 2x \; dx$$

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int\int_D x^2 y dx dy$$

dove $D := \{(x, y) : x^4 \leqslant y \leqslant x^2\}$.

4. Calcolare il seguente limite, utilizzando la formula di Mac Laurin

$$\lim_{x \to 0} \frac{6 \sin x - 6 arctg x - x^3}{x^5}$$

5. Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' - y' = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
9/7/2004
(Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari)

1. Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n^2}{2n^2-1}\right)^{\sin(1/n)} (\frac{x}{2})^n$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int \log\frac{3x+1}{2x+2}dx$$

3. Stabilire, senza calcolarlo, per quali valori reali di α converge l'integrale

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha(\sqrt{1-x})^{3-2\alpha}}$$

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\left\{ \begin{array}{c} y' = -\dfrac{(x+y+1)}{2(x+y)+1} \\ y(1) = 2 \end{array} \right\}$$

5. Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' + y = x^3$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
10/9/2004
Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari

1. (8 punti) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2+x}{2x}\right)^n \sin\frac{1}{\sqrt{n}}, \quad x \neq 0$$

trovare l'insieme di convergenza semplice ed assoluta.

2. (6 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{e^{1/x}}{x^3} dx$$

3. (8 punti) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int\int_D \sqrt{x^2+y^2}\, dx dy$$

dove D è il cerchio chiuso di centro $(2,0)$ e raggio 2.

4. (6 punti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{aligned} y' &= -\frac{x}{4y} \\ y(1) &= 1. \end{aligned}$$

5. (6 punti) Risolvere la seguente equazione:

$$y'' + y' + y = x^2 + x + 1$$

Prova scritta di Calcolo Integrale
del
24/9/2004
Comm. M.Badii-C.Nebbia-C.Pinzari

1. (8 punti) Studiare la convergenza semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x + \sin(\frac{x}{n})}{n^x}$$

al variare di $x \in R$.

2. (8 punti) Calcolare il massimo ed il minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2} - xy$$

nel quadrato $[-1,1] \times [-1,1]$.

3. (6 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{(1+x^3)^{1/3}}{x} dx$$

4. (6 punti) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{1+x+y} \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$$

5. (6 punti) Trovare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione

$$2y'' - y' = e^{x/2} + e^{-x/2}$$

con la condizione $y(0) = 1$

Compito di Calcolo Integrale per Informatica e Tecnologie Informatiche
21/02/05
(Commissione Badii-Nebbia-Pinzari)

Es.n.1 (6 punti)
Studiare la convergenza della serie seguente quando $0 \leq x \leq 1$:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\log(1+x^n)}{n+x^n}$$

Es.n.2 (6 punti)
Calcolare l'integrale:

$$\int \log(1+\frac{1}{x})dx$$

Es.n.3 (6 punti)
Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int\int_D ye^{(y^2+x)}dxdy$$

ove De' il dominio del piano xy dato dalle due limitazioni $0 \leq x \leq 2y^2$ e $0 \leq y \leq 1$.

Es.n.4 (6 punti)
Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\left\{ \begin{array}{l} y' = \frac{(y+x)^2}{x^2} \\ y(1) = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{array} \right\}$$

Es.n.5 (6 punti)
Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2y'' + 3y' - y = e^x \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{array} \right\}$$