

# Fondamenti di sistemi di comunicazione wireless Multi-Carrier

Appunti per il corso di Reti Avanzate, corso di laurea in Informatica, A.A. 2012-2013

Loreto Pescosolido

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

## Introduzione

L'obiettivo di un qualsiasi sistema di comunicazione digitale è il trasferimento di una sequenza di bit da una sorgente a una destinazione<sup>1</sup>. Nel caso di una comunicazione wireless, sorgente e destinazione vengono indicate come trasmettitore e ricevitore.

Generalmente, i bits vengono mappati in una sequenza di “simboli” appartenenti ad un alfabeto, o “costellazione” di dimensione  $M$ , che è sempre una potenza di 2. Ogni simbolo della costellazione rappresenta quindi in maniera univoca un gruppo di  $\log_2 M$  bits. La trasmissione di una sequenza di bits viene dunque realizzata attraverso la trasmissione di una sequenza di simboli, che indicheremo con  $u[n]$ .

**In teoria, si può aumentare il data rate di una trasmissione, nei seguenti due modi:**

- **Si incrementa il numero di bits rappresentati da ciascun simbolo, ovvero si aumenta la “cardinalità” della costellazione.**
- **Si riesce ad incrementare il numero di simboli trasmessi nell'unità di tempo.**

Entrambe queste strade, come vedremo, presentano comunque dei limiti imposti, in definitiva, dalla fisica dei mezzi di trasmissione e dei circuiti elettronici.

Concentriamoci sul numero di simboli trasmessi nell'unità di tempo: In generale la trasmissione della sequenza di simboli viene effettuata attraverso l'emissione di un treno di impulsi, o “forme d'onda”, che codificano appunto in maniera univoca i simboli. Queste forme d'onda, sono segnali di durata limitata che rappresentano la perturbazione che verrà imposta al mezzo trasmissivo, ovvero al parametro fisico utilizzato dal sistema di comunicazione (campo elettromagnetico, pressione acustica, intensità luminosa, colore, ecc...). L'intervallo di emissione di tali impulsi viene chiamato **tempo di simbolo**, e verrà indicato con  $T_s$ .

**L' insieme dei simboli e delle specifiche forme d'onda utilizzate per codificare le sequenze di simboli in segnali fisici prende il nome di “formato di modulazione numerica”.**

Nel seguito, faremo riferimento a **segnali di “banda base”**, ovvero la loro generazione e processamento avviene (all'interno dei circuiti dei ricetrasmittitori) intorno alla frequenza zero. Tali segnali, come noto, necessitano di alcune operazioni per essere trasmessi e ricevuti sul canale radio, in particolare verranno “modulati” intorno ad una frequenza portante  $f_0$ . Questa operazione può essere vista come una “collocazione” del segnale in un preciso intervallo dello spettro delle frequenze.

Mantenendo quindi la rappresentazione dei segnali in banda base, una formulazione abbastanza generale per il treno di impulsi può essere:

$$y(t) = \sum_n p_{(n,n-1)}(t - nT_s). \quad (1)$$

Questa formula mostra come ciascun impulso della serie venga trasmesso a partire da un certo istante  $nT_s$ ; il “posizionamento” sull'asse del tempo è espresso dall'argomento della funzione  $p_{(n,n-1)}(\cdot)$ . In questo caso specifico, la particolare forma d'onda  $p_{(n,n-1)}(t)$  codifica il simbolo  $n$ -mo anche in base al simbolo precedente (cioè quello dello step  $n-1$ ); la codifica, cioè, è di tipo “differenziale”. Da notare che, *in generale*, non è detto che la durata degli impulsi sia inferiore a  $T_s$ . Cioè gli impulsi possono volutamente essere trasmessi parzialmente

---

<sup>1</sup> Naturalmente, nel caso di comunicazioni in broadcast, si parlerà di più destinazioni.

sovrapposti (ovviamente il segnale risultante in un certo istante di tempo sarà la somma dei valori degli impulsi ancora “attivi” in quel momento). E' questo il caso per esempio del formato di modulazione GMSK, usato nei sistemi GSM.

Se si assume che la forma d'onda emessa nel  $n$ -mo istante dipenda unicamente dal simbolo  $u[n]$ , si avrà un segnale del tipo

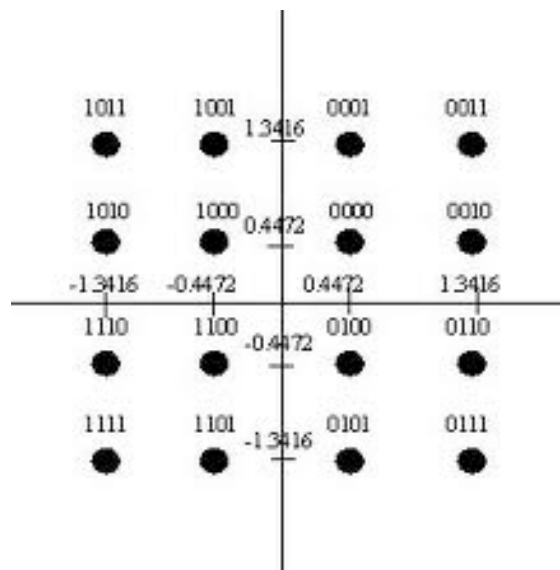
$$y(t) = \sum_n p_{(n)}(t - nT_s). \quad (2)$$

In questo caso, vi è una associazione diretta, un mapping, tra simbolo e forma d'onda.

**Un formato di modulazione molto semplice** (modulazioni QAM, PSK) è quello in cui i simboli possano essere rappresentati come punti in uno spazio bidimensionale, ad esempio il piano dei numeri complessi. Le forme d'onda, a loro volta, non sono altro che il *prodotto* di una forma d'onda base chiamata impulso sagomatore  $p(t)$ , di durata in questo caso inferiore a  $T_s$ , *per i diversi numeri complessi* che compongono la costellazione. Data la sequenza di simboli  $u[n]$ , il segnale che la rappresenta sarà<sup>2</sup>

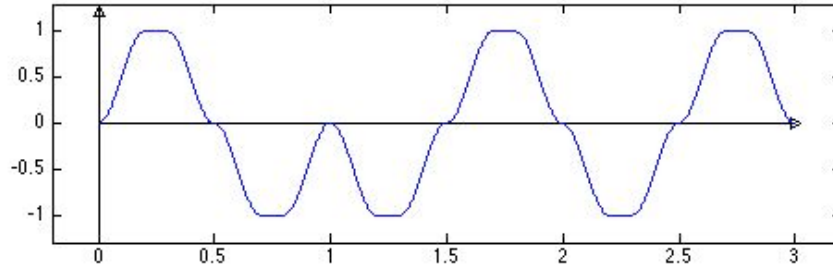
$$y(t) = \sum_n u[n] p(t - nT_s). \quad (3)$$

Le figure seguenti rappresentano un esempio di costellazione e di treno di impulsi di questo particolare formato di modulazione.



**Figura 1: Esempio di costellazione a 16 punti: ogni simbolo rappresenta 4 bits.**

<sup>2</sup> Si tenga presente che il segnale  $y(t)$  è una funzione a valori complessi, che esiste fisicamente nei circuiti solo su rami separati, rappresentanti la sua parte reale e quella immaginaria.



**Figura 2: Esempio di treno di impulsi derivato da costellazione binaria. Ciascun impulso rappresenta un bit.**

## Sezione I - Il problema del multipath

Da quanto detto nella sezione precedente, è chiaro che più si riduce il tempo di simbolo, più simboli (e quindi più bits) si riescono a trasmettere nell'unità di tempo. Tuttavia, qualunque mezzo fisico, ed in particolare i canali radio, presentano una caratteristica chiamata **"dispersività temporale"** consistente nel fatto che la durata del segnale ricevuto è maggiore di quella del segnale trasmesso. In particolare, la durata del segnale ricevuto, rispetto a quella del segnale trasmesso, è maggiore di una certa quantità  $\tau_s$  che non dipende dal segnale trasmesso. Nei canali radio, la causa dominante di questo effetto è il fenomeno del multipath. Un segnale radio, infatti, giunge al ricevitore sotto forma di **repliche multiple**, ognuna delle quali ha percorso un cammino diverso formato da una o più riflessioni, e dunque arriva con un tempo di propagazione diverso. La prima replica che arriva è ovviamente quella del percorso diretto, o Line of Sight (LOS), e lo fa con un tempo di propagazione  $\tau_{LOS}$ . Più in generale, se non c'è un percorso diretto, ci sarà in ogni caso un percorso più breve, il cui tempo di propagazione indichiamo con  $\tau_{min}$ . Successivamente, arriveranno le altre repliche. Indicando con  $\tau_{max}$  il ritardo dell'ultima replica con contenuto energetico significativo, si capisce che alla trasmissione di un segnale di durata  $\tau_{Tx}$  corrisponde la ricezione di un segnale di durata

$$\tau_{Rx} = \tau_{max} - \tau_{min} + \tau_{Tx} , \quad (4)$$

dunque di durata maggiore di  $\tau_{Tx}$  (poichè  $\tau_{min} \leq \tau_{max}$ ).

### Rappresentazione del problema del multipath fading nel dominio del tempo

Tornando al treno di impulsi che porta la nostra informazione, è chiaro che riducendo la durata degli impulsi trasmessi  $\tau_{Tx}$  e il tempo di simbolo  $T_s$  si va incontro ad un fenomeno, chiamato **interferenza inter-simbolica (ISI)**, per cui quando si comincia a ricevere la prima replica di un impulso, non è ancora terminata la coda di repliche dell'impulso precedente (o di quello ancora precedente, ecc...). In altre parole, c'è un limite fisico alla brevità della durata del tempo di simbolo, in quanto decodificare un segnale ricevuto insieme alle repliche di quelli precedenti diventa esponenzialmente complesso con l'aumentare delle sovrapposizioni. Nel dominio del tempo questo fenomeno viene caratterizzato dalla cosiddetta "risposta impulsiva del canale" ovvero una funzione  $h(t)$  tale per cui il legame tra un segnale trasmesso  $y(t)$  e quello ricevuto  $x(t)$  è rappresentato da

$$x(t) = y(t) * h(t) = \int_0^{+\infty} h(\tau)y(t-\tau)d\tau . \quad (5)$$

Questa formula indica la cosiddetta “convoluzione” tra due funzioni, una è il segnale trasmesso, l'altra è la risposta impulsiva. Si noti che la  $h(t)$  appena introdotta agisce su un segnale di banda base (contigua alla frequenza nulla). In realtà, il canale fisico agirà sul segnale in banda a radiofrequenza (non mostrato qui); pertanto, la  $h(t)$  appena introdotta non è altro che la rappresentazione **di un canale equivalente di banda base**.

Per un canale del tipo di quello descritto in precedenza, la risposta impulsiva avrà una forma del tipo

### Risposta impulsiva di un canale con multipath:

$$h(t) = \sum_{k=0}^{N_m} a_k e^{-j\phi_k} \delta(t - \tau_k), \quad (6)$$

in cui  $a_k e^{-j\phi_k}$  sono coefficienti complessi, mentre le  $\delta(\cdot)$  sono delle “funzioni” ideali<sup>3</sup> chiamate “impulsi di Dirac”. Per comodità, possono essere immaginate come impulsi di durata infinitesima, valore infinito, ma area (cioè integrale) finita e pari a 1.

La posizione degli impulsi  $\delta(\cdot)$  e il valore dei coefficienti  $a_k e^{-j\phi_k}$  descrivono la posizione nel tempo delle varie repliche del segnale trasmesso che il canale convoglia al ricevitore e l'attenuazione e lo sfasamento imposto al segnale su ciascun percorso.

Per quanto riguarda il concetto di sfasamento, la sua spiegazione rigorosa richiederebbe l'analisi degli effetti del canale radio sul segnale a radiofrequenza (non in banda base, come fatto in queste dispense). Tuttavia, nel caso specifico dell'utilizzo di un formato di modulazione del tipo (3), al livello qualitativo, si può dire che l'effetto di ciascun cammino, è equivalente alla rotazione della costellazione dei simboli (vedere Figura 1) di un angolo  $\phi_k$  diverso da replica a replica (da cui il termine sfasamento, perché agisce sulla fase del numero complesso). Il ricevitore quindi, avrà il problema non solo di eliminare l'ISI, ma anche di “rimettere in fase” le varie repliche. Per fare questo, il sistema di comunicazione è progettato in modo tale da includere opportuni meccanismi di stima del canale.

Infine osserviamo che **la risposta impulsiva non è una quantità che esiste fisicamente, o un segnale vero**. E' invece una **astrazione** che serve per rappresentare, tramite la convoluzione, l'effetto del canale sul segnale trasmesso.

### Rappresentazione del problema del multipath fading nel dominio della frequenza

Si consideri il treno di impulsi (3). A questo tipo di segnale corrisponde uno “**spettro di densità di potenza**”  $\mathcal{P}_y(f)$  che rappresenta come quel particolare tipo di segnale occupa lo spettro delle frequenze, cioè come è distribuita la sua potenza sulle varie frequenze<sup>4</sup>. Inoltre,

<sup>3</sup> Gli impulsi di Dirac sono entità matematiche che, a rigore, non ricadono nella classe delle funzioni, ma in quella più generale delle distribuzioni. Esse vengono definite *implicitamente* dalla proprietà  $\int_{-a}^{+a} \delta(t) dt = 1, \forall a > 0$ . Tali funzioni sono in realtà una astrazione matematica che serve a rappresentare la risposta impulsiva del canale.

<sup>4</sup> Ad esempio, un segnale sinusoidale puro con frequenza  $f_0$ .

alla risposta impulsiva di un canale corrisponde la cosiddetta **risposta in frequenza**  $H(f)$  che rappresenta come il segnale viene distorto dal canale alle varie frequenze.

La risposta in frequenza è legata alla risposta impulsiva da operazioni di autoconvoluzione e trasformata di Fourier, i cui dettagli si possono trovare su testi base di Teoria dei Segnali , ad es. (Oppenheim 1997).

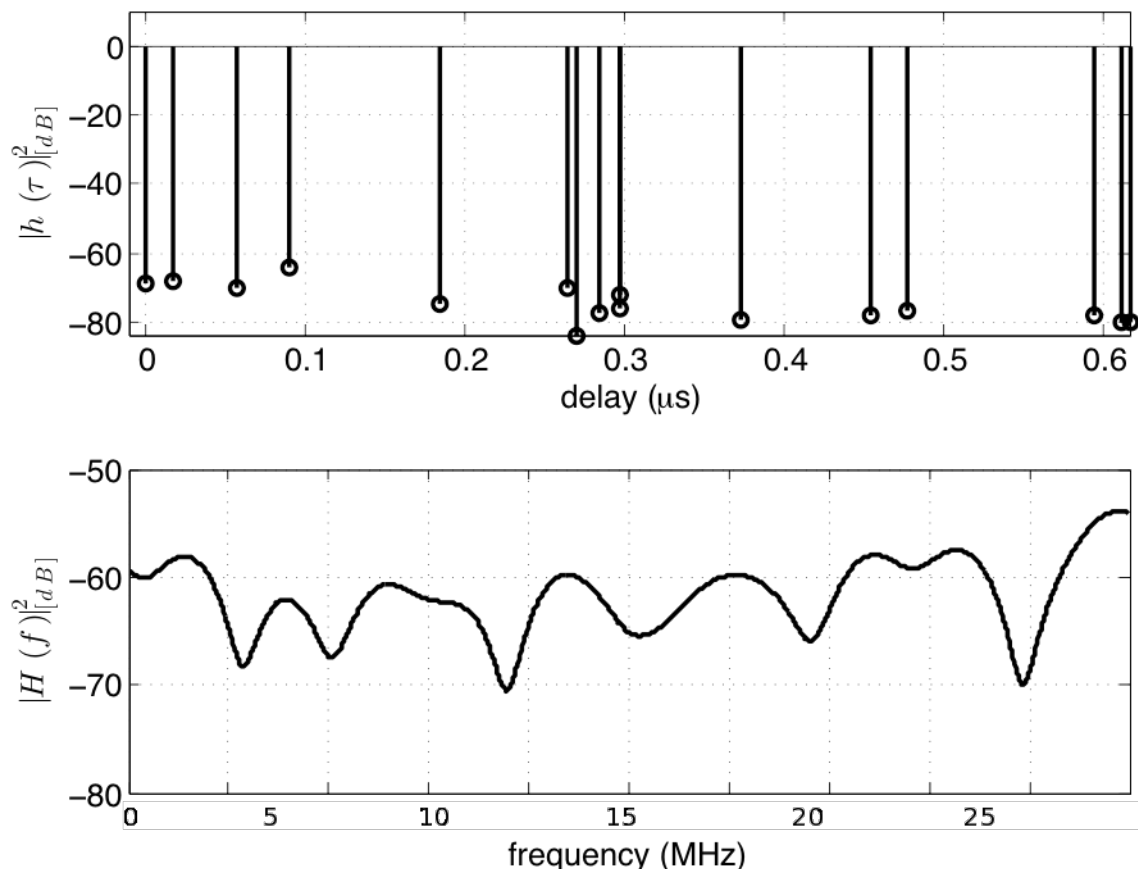
Il vantaggio di rappresentare il segnale nel dominio della frequenza è che l'effetto del canale si riduce ad una semplice moltiplicazione, in particolare si ha:

**Legame ingresso uscita tra gli spettri:**

$$\mathcal{P}_x(f) = \mathcal{P}_y(f) |H(f)|^2 \quad (7)$$

Nel dominio della frequenza, il fenomeno del multipath si traduce nell'introduzione di selettività in frequenza del canale, ovvero la sua risposta in frequenza non è "piatta" (costante) ma può esaltare, deprimere, o anche annullare, alcune componenti frequenziali.

In (Shankar 2001, pag. 24, 28, 168-178) è descritto un semplice esempio che fa vedere come due segnali a frequenze diverse subiscono effetti molto diversi passando nello stesso canale. In questo esempio, il canale è formato da sole due repliche. In uno dei casi, il segnale viene praticamente distrutto.



**Figura 3: Risposta impulsiva e risposta in frequenza.**

In Figura 3, sono rappresentate la risposta impulsiva (in modulo al quadrato) e la risposta in frequenza di un tipico canale con multipath. Si vede come alcune frequenze vengono attenuate molto più che altre. Ciò significa che la struttura delle repliche temporali presenti al ricevitore

imposta dal canale, per un segnale concentrato intorno ad una frequenza molto attenuata, è tale da “farle cancellare” tra loro.

### Segnali a banda stretta e a banda larga.

Un segnale a banda stretta è un segnale con uno spettro molto stretto, tale che la risposta in frequenza nella banda occupata dal segnale possa essere considerata piatta. Ciò corrisponde ad avere impulso  $p(t)$  di durata molto lunga. In termini di risposta impulsiva, è “**come se**” il **canale producesse un'unica replica**. Indichiamo con

$$\Delta_h \tau \triangleq \tau_{\max} - \tau_{\min} \quad (8)$$

la durata della risposta impulsiva. E' facile capire che la condizione di segnale a banda stretta (per un dato canale) si verifica se

$$\tau_{Tx} \gg \Delta_h \tau \quad (9)$$

Per la precisione, si deve assumere che la larghezza di banda dello spettro dell' impulso sagomatore sia molto inferiore all'inverso della durata della risposta impulsiva.

A questo proposito, è utile ricordare che la larghezza di banda degli impulsi di banda base  $p(t)$  comunemente usati (impulsi di tipo “Sinc” o impulsi di tipo “a coseno rialzato”) è inversamente proporzionale alla loro durata. Come “rule of thumb”, indicando con  $B_p$  la larghezza dell'intervallo di frequenze contenente la quasi totalità dell'energia del segnale  $p(t)$ , per brevità, la sua **larghezza di banda**, vale una relazione del tipo

$$B_p \approx \beta \frac{1}{\tau_{Tx}}, \quad (10)$$

in cui  $\beta$  è un coefficiente moltiplicativo che dipende strettamente dalla forma di  $p(t)$  e di solito vale poche unità<sup>5</sup>.

La condizione di segnale a banda stretta diventa dunque

**Condizione di segnale a banda stretta:**  $B_p \ll \frac{1}{\Delta_h \tau} \quad (11)$

Il vantaggio dei segnali a banda stretta è che i circuiti analogici per trattare questo tipo di segnale sono poco costosi e consumano poco. Inoltre, risulta molto semplice l'equalizzazione del canale, cioè le operazioni da compiere sulle segnale sia in trasmissione che ricezione tali per ottenere un “canale equivalente” piatto nella banda del segnale. Il canale, di per se, non introduce ISI sui segnali a banda stretta.

---

<sup>5</sup> Non è questo il caso, ad esempio, dei segnali di tipo “spread spectrum”, in cui gli impulsi  $p(t)$  sono formati da una particolare sequenza di impulsi (chiamati “chips”) di durata molto inferiore a  $\tau_{Tx}$  che costituisce un “codice”. Questa tipo di impulsi  $p(t)$  ha di fatto una larghezza di banda molto maggiore della sua durata (da cui la denominazione “spread spectrum”) corrispondente al fatto che, all'interno della durata  $\tau_{Tx}$ , la variabilità temporale di questi impulsi è molto maggiore di quelli “semplici” di cui si parla in queste dispense.

Al contrario, i segnali a banda larga sono caratterizzati dalla condizione:

$$\text{Condizione di segnale a banda larga: } B_p > \frac{1}{\Delta_h \tau} \quad (12)$$

Considerando un segnale numerico del tipo (3) con  $\tau_{Tx} < T_s$ , e  $T_s < \Delta_h \tau$ , **le repliche arrivano al ricevitore disgiunte una dall'altra**, e con le ultime repliche di un impulso sovrapposte a quello dell'impulso successivo (o anche di diversi impulsi successivi). E' necessario equalizzare il canale per ridurre l'effetto dell'ISI.

### Come aumentare il data rate in un sistema tradizionale basato su segnali a banda stretta

Dato un segnale a banda stretta, per aumentare il data rate, è chiaro che bisogna trasmettere più simboli nell'unità di tempo. Questo può essere fatto in due modi:

1. Riducendo l'intervallo di emissione tra un simbolo e l'altro, cioè  $T_s$ , ma **non** la durata degli impulsi  $\tau_{Tx}$ .

In questo caso, viene volutamente introdotta ISI volutamente in trasmissione per aumentare il data rate. E' il caso ad esempio del formato di modulazione GMSK. Questo tipo di ISI però, è controllabile perché i segmenti in cui gli impulsi sono sovrapposti vengono controllati dal sistema, e non sono il frutto della particolare realizzazione del canale. In particolare, questo tipo di segnali viene decodificato mediante l'algoritmo di Viterbi (Viterbi Equalizer). Il segnale rimane a banda stretta, ma è chiaro che la complessità del traliccio di decodifica dell'algoritmo di viterbi aumenta velocemente all'aumentare del numero di simboli trasmessi nell'unità di tempo.

2. Riducendo il tempo di simbolo  $T_s$  e **anche** la durata  $\tau_{Tx}$  degli impulsi. Col questa soluzione, si sta di fatto passando ad un segnale a banda larga, andando quindi incontro alla necessità di equalizzare il canale con opportuni filtri, che di solito vengono realizzati nella porzione digitale del ricevitore, cioè del DSP. Anche in questo caso, la complessità del ricevitore cresce esponenzialmente con l'aumento del data rate.

### Struttura di un trasmettitore e di un ricevitore per segnali digitali "tradizionali" a banda stretta.

Chiudiamo questa sezione con la descrizione (semplificata) di una "catena di ricezione" tipica per un segnale digitale a banda stretta.

I moduli rappresentati in figura effettuano le operazioni necessarie a portare il segnale in una forma che possa essere convertita in digitale e, da quel punto in poi, trattata con i circuiti DSP.

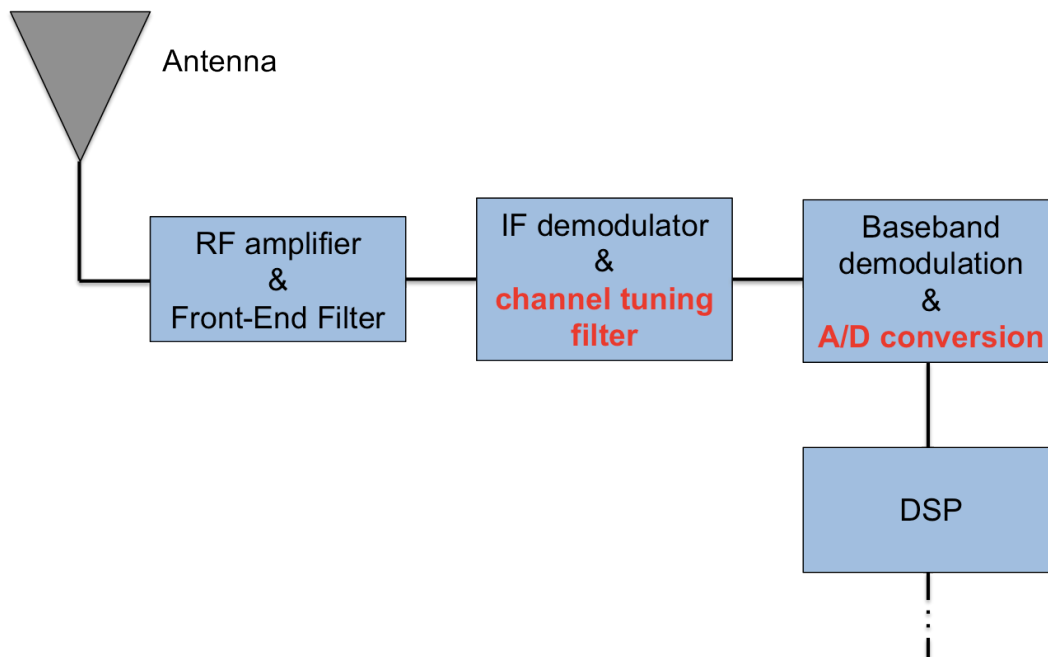
**Amplificatore a RadioFrequenza e Filtro front-end:** serve per selezionare la banda di sistema, cioè il blocco di spettro dove il particolare segnale si trova (banda televisiva, banda GSM, stazioni radio, banda ISM ecc..), operando a radiofrequenza, non è in grado di isolare lo specifico canale radio.

**IF demodulator and channel tuning:** il segnale viene portato a frequenza intermedia (IF) con un semplice mixer, controllato da un VCO (voltage controlled oscillator) che produce il



necessario segnale di demodulazione. Su questo segnale viene applicato il filtro che seleziona lo specifico canale.

**Baseband demodulation and A/D conversion:** il canale selezionato viene portato in banda base con un'ulteriore operazione di demodulazione, e qui campionato e convertito in digitale. Successivamente si entra nella sezione "digitale" del ricevitore, il digital signal processor (DSP), in cui le operazioni vengono svolte su "sequenze di numeri" piuttosto che su segnali



**Figura 4: Rappresentazione schematica semplificata di un ricevitore per segnali digitali a banda stretta**

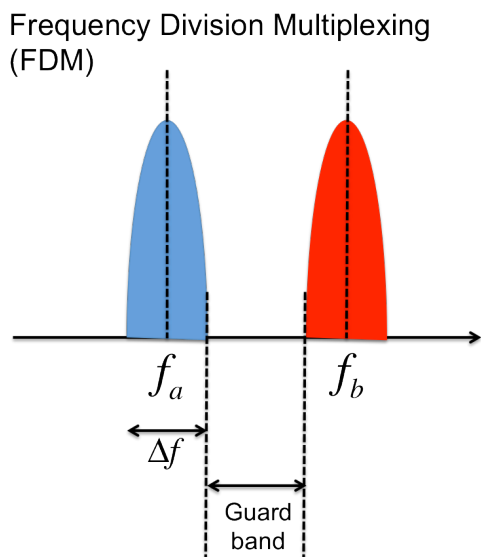
La catena di trasmissione, che non descriviamo, esegue operazioni analoghe ma inverse a quelle descritte sopra.

## Sezione II - Principi fondamentali per comunicazioni multi-carrier

Con le comunicazioni multi-carrier, il problema della selettività in frequenza, e quindi quello della complessità degli equalizzatori, viene affrontato con un approccio completamente diverso. In particolare, l'idea è quella di multiplexare flussi di bit (o simboli) della stessa sequenza in parallelo nel dominio della frequenza. Naturalmente, questo potrebbe sembrare una applicazione ovvia del concetto che due flussi trasmessi su bande diverse possono essere decodificati separatamente, cioè senza che i simboli di uno interferiscano con l'altro.

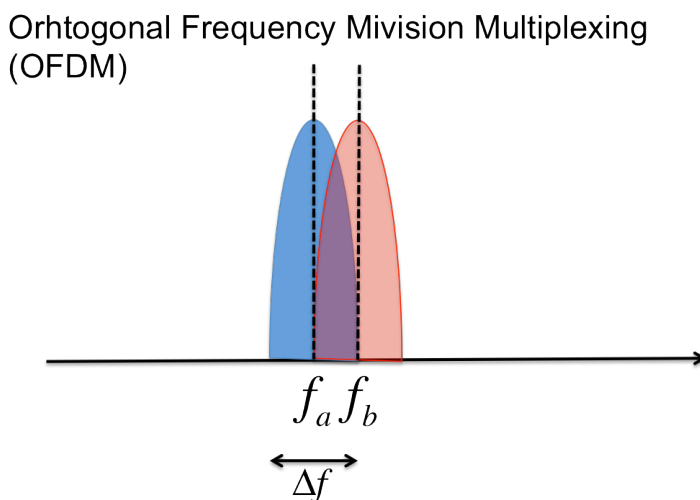
Attenzione però: se ci si dovesse basare semplicemente sul fatto di collocare sottoflussi di simboli su bande (o canali) diversi, per evitare l'interferenza di uno sull'altro, le bande di guardia dovrebbero essere molto larghe, per poter proteggere lo spettro di un segnale dai lobi laterali di quelli adiacenti. L'overhead necessario in termini di banda non consentirebbe di farlo. Inoltre, assumendo di voler multiplexare  $N$  flussi, si dovrebbero avere a disposizione  $N$  catene di trasmissione e ricezione in parallelo (inclusi oscillatori, filtri, low noise amplifiers) **il che renderebbe il sistema decisamente non scalabile con  $N$** , oltre che inefficiente dal punto di vista spettrale, in termini sia di spazio che di consumo energetico. Questo tipo di multiplexing è rappresentato in Figura 5.

L'approccio che si segue è allora quello di sfruttare una proprietà matematica per cui, due segnali il cui spettro (in banda base) ha il primo “nullo” alla frequenza  $f = \Delta f / 2$ , possono essere affiancati nel dominio della frequenza, mantenendo la possibilità di **demodularli in ricezione in maniera ortogonale**, se modulati su due portanti  $f_a, f_b$  distanti esattamente  $\Delta f$ . Questo tipo di moltiplicazione di flussi in frequenza, viene chiamato Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM). Il tipo di sovrapposizione delle bande è rappresentato in Figura 6.



**Figura 5: moltiplicazione di due segnali tramite frequency division multiplexing.**

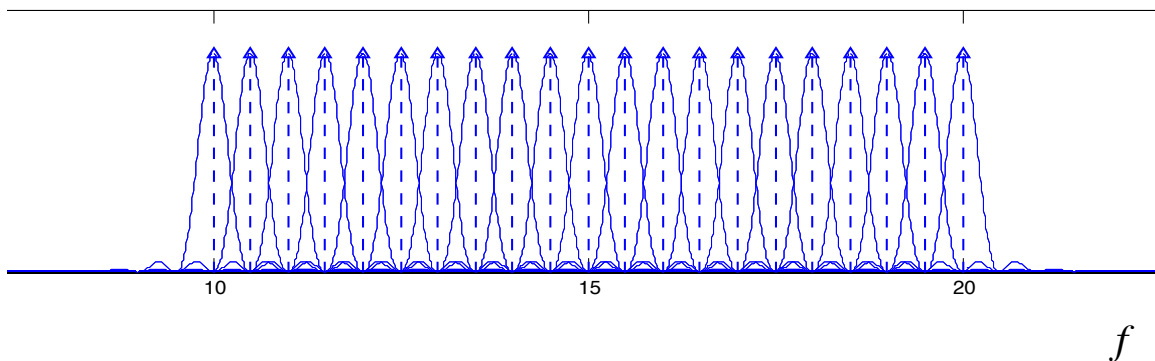
È importante osservare che se questo tipo di multiplexing in frequenza fosse effettuato da circuiti analogici, cioè utilizzando oscillatori, mixer, e modulatori in parallelo, l'effetto sarebbe disastroso, in quanto gli oscillatori e i moltiplicatori di frequenza hanno comunque una tolleranza sulla precisione nella frequenza che sono in grado di generare (sia in trasmissione che ricezione) mentre con questo tipo di multiplexing, anche un minimo scostamento risulta devastante per il recupero dei simboli trasmessi nei vari flussi.



**Figura 6: moltiplicazione di due segnali su portanti con la tecnica OFDM.**

La realizzazione di un sistema basato su OFDM dunque, è possibile solo se la creazione di quelle che vengono chiamate “**sottoportanti**”, o “**subcarriers**”, cioè le frequenze che multiplexano in parallelo più flussi, **viene realizzata tramite circuiti digitali**.

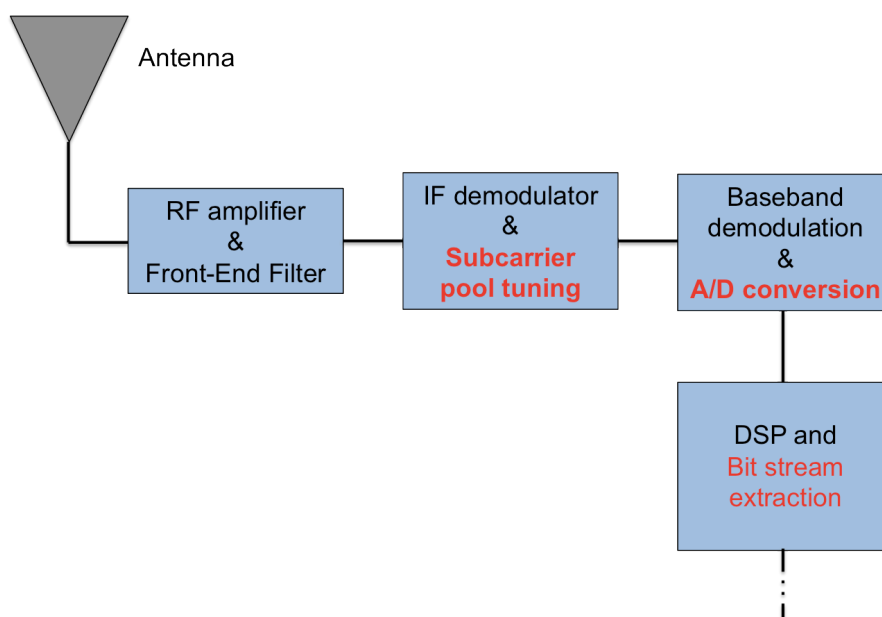
Osserviamo che il vantaggio della moltiplicazione di un unico flusso di bits in tanti flussi paralleli ognuno dei quali viene multiplexato su una sottoportante diversa è che ciascun flusso, essendo trasportato da un segnale a banda stretta, “vede” un canale piatto in frequenza, eliminando l’effetto ISI tra simboli dello stesso sottoflusso, si confronti Figura 7 con la seconda risposta in frequenza di Figura 3.



**Figura 7: spettro di un segnale OFDM con molte sopportanti.**

Ovviamente questi sistemi presentano delle non-idealità, in particolare l’elemento maggiormente critico è dato dal fatto che i canali radio introducono, oltre al fenomeno del time-spread descritto nelle sezioni precedenti, anche il cosiddetto “Doppler spread”, cioè allargano di fatto lo spettro del segnale. Nella progettazione di un sistema multi-carrier si deve ovviamente tenere conto di questo fattore, dimensionando opportunamente la distanza tra sottoportanti, la forma degli impulsi, e così via.

Oltre a quanto detto, è importante comprendere come cambia la struttura dei ricetrasmettitori.



**Figura 8: Schema funzionale di un ricevitore per segnali a banda larga multi-carrier.**

Figura 8 mostra lo schema di un ricevitore per un segnale multi-portante a banda larga.

DA notare come, diversamente ai sistemi a banda stretta, non c'è la sintonizzazione su un singolo canale. **Piuttosto, l'intera banda di sistema viene demodulata, campionata, e convertita in digitale.** Il processing necessario per estrarre lo stream di bit di informazione di interesse, viene fatto interamente nel dominio digitale con potenti DSP.

Dal punto di vista tecnologico, questo tipo di approccio è stato reso possibile dall'introduzione di circuiti digitali molto efficienti per effettuare l'operazione di FFT (Fast Fourier Transform), che consente appunto di "sintetizzare" le frequenze delle sottoportanti senza ricorrere ad oscillatori multipli. Inoltre, la complessità di questi circuiti cresce logicamente con il numero delle sottoportanti.

Questa è la chiave per capire perché per i sistemi a banda larga è stata seguita questa strada, ricordiamo infatti che la complessità degli equalizzatori usati per sistemi a banda stretta cresce esponenzialmente con il data-rate, mentre quella degli equalizzatori per sistemi multi-carrier cresce logicamente con essa.

Possiamo immaginare che da un certo punto in poi, con l'aumento del data rate richiesto, la complessità (e quindi il consumo energetico, il costo dei circuiti, le dimensioni, ecc..) degli schemi del primo tipo abbia superato quella degli schemi del secondo tipo e da quel momento in poi si sia fatta la scelta di puntare su questi sistemi.

Un ulteriore vantaggio è rappresentato dal fatto che poiché le operazioni di moltiplicazione del bit stream in flussi paralleli di simboli, o persino dei flussi di diversi utenti, hanno sede nelle sezioni digitali degli apparati, alcune di queste possono essere spostate al livello di firmware, o addirittura di software nel caso delle "software defined radios", il che comporta un livello di versatilità enorme, e quindi di adattabilità a diversi tipi di canale radio, da un lato, o di requisiti di servizio, dall'altro. Si possono implementare, con operazioni di precodifica lineare corrispondenti al prodotto di matrici e vettori, schemi di protezione di errore di diverso tipo. Oppure si possono utilizzare costellazioni diverse su sottoportanti diverse, in modo da sfruttare meglio le sottoportanti che hanno una risposta in frequenza migliore. E così via.

I sistemi multi-carrier generalizzano OFDM nel senso che si basano sulla caratteristica base del concetto di sottoportanti ortogonali e codifica FFT, ma differiscono per tutte le strutture applicate al di sopra di questo livello.

## Riferimenti Bibliografici

(Oppenheim 1997) Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, Syed Hamid Nawab, "**Signals and Systems**", Prentice Hall; 2 edition, 1997.

(Shankar 2001) P. M. Shankar, "**Introduction to Wireless Systems**", 1st ed. Wiley, 2001.