Problema:

a partire da due sequenze ordinate v1 e v2 di elementi vogliamo costruirne una ordinata v con tutti gli elementi di v1 e v2

Algoritmo ricorsivo:

Se le due sequenze contengono elementi
confronta i primi due elementi delle sequenze, metti il più piccolo all'inizio delle nuova sequenza e richiama la funzione sul resto della seguenza dalla quale abbiamo scelto l'elemento e l'altra.
Se una delle due sequenze è terminata copia gli elementi di quella rimasta nella nuova

Esempio:

v1= 1 5 10

v2 = 2 3 7 9 20

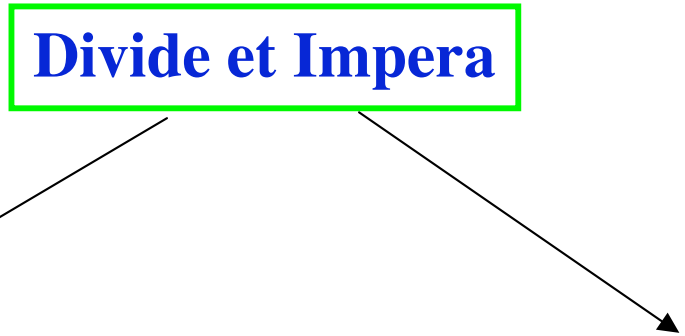
Allora v = 1 2 3 5 7 9 10 20

Implementazione su array (vettore) in C

```
void merge(int *a,int*b,int *c, int n, int m)
/*  costruisce un vettore ordinato a partire da
due vettori ordinati a, con n elementi e b con m.
prec: n >= 0 && m >= 0 && a[i] <= a[i+1], per 0<=i<n &&
b[i] <= b[i+1], 0<=i<m.
postc: restituisce  in c  gli n+m elementi di a e b, in modo tale che
c[i] <= c[i+1], 0<=i<n.*/
{if (n == 0 && m == 0) return;
 if (n == 0 && m > 0 ) {*c = *b; merge(a,++b,++c,n,m-1);}
 else
 if (n > 0 && m == 0 )  {*c = *a; merge(++a,b,++c,n-1,m);}
 else
 if (*a < *b ) {*c = *a;  merge(++a,b,++c,n-1,m);}
 else {*c = *b; merge(a,++b,++c,n,m-1);}
}
```

N.B. la memoria per il vettore c deve essere allocata prima della chiamata

Questa funzione è tail recursive!!



Quicksort

Charles Antony Richard Hoare
(Senior researcher alla Microsoft Research, Cambridge, GB)
Computer Jurnal 5,1,1962

Mergesort

John von Neumann(1903-1957)
Nel 1944, il suo rapporto interno "First Draft of a Report on the EDVAC" contiene tra l'altro, il mergesort come programma di ordinamento

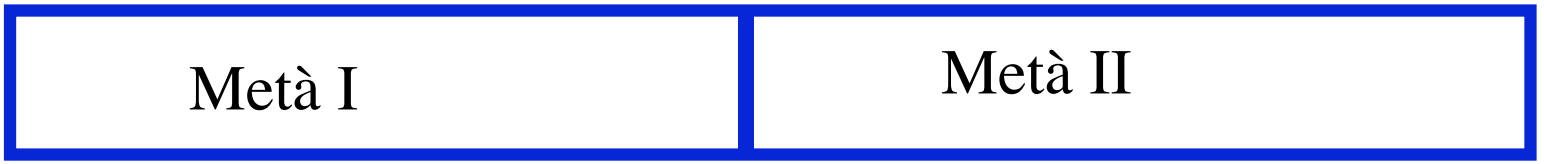
MergeSort

- Esempio di algoritmo basato su Divide et Impera

- Due fasi:
  - Fase di suddivisione
    - Divide il lavoro a metà
  - Fase di ordinamento (fusione)
    - Impera sulle due metà!

MergeSort

- Dividi
  - Dividi la lista in due metà



MergeSort

- Impera

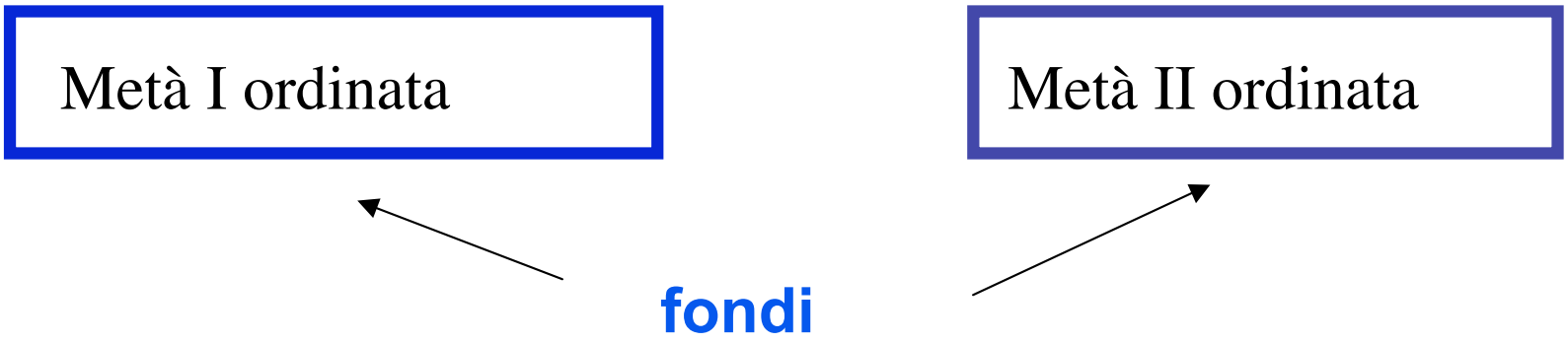
  1 Applica lo stesso algoritmo a ogni metà

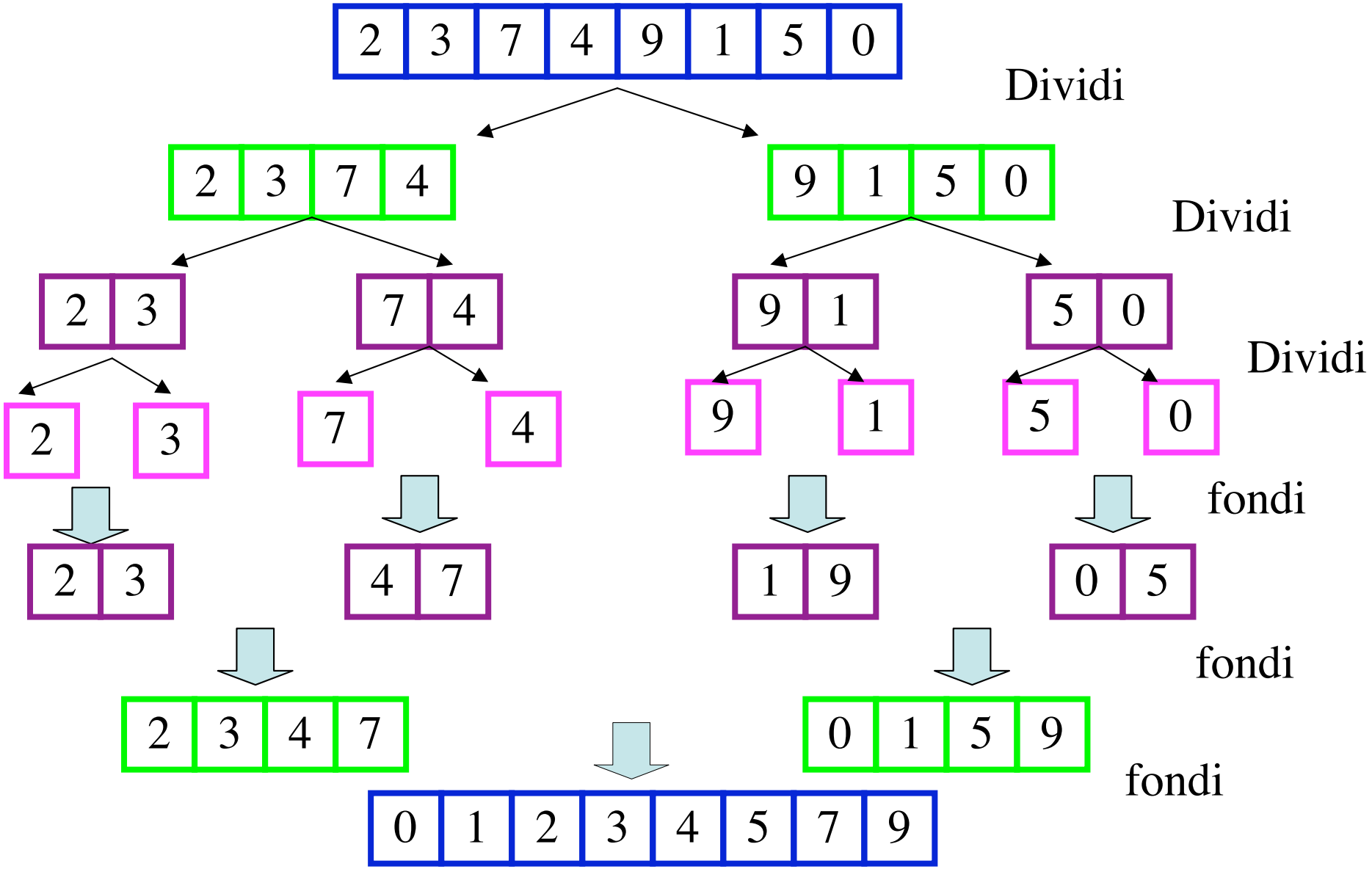
MergeSort

- Impera

  2 (a partire da quando si ha un solo elemento o nessuno)

  fondi




2 3 7 4 9 1 5 0
Dividi
2 3 7 4
9 1 5 0
Dividi
2 3
7 4
9 1
5 0
Dividi
2
3
7
4
9
1
5
0
fondi
2 3
4 7
1 9
0 5
fondi
2 3 4 7
0 1 5 9
fondi
0 1 2 3 4 5 7 9

Pseudocodice per il mergesort

if "ci sono almeno due elementi da ordinare"

{1. dividi la sequenza in due metà.

2. chiamata ricorsiva di mergesort per la prima metà .

3. chiamata ricorsiva di mergesort per la seconda metà.

4. fusione (quindi ordinamento) delle due metà ordinate.
}

su una lista concatenata L:

```
if (L) /* la lista non è vuota. */

   {If (L-> next)
      { 1. dividi la lista in due metà. /* costo lineare */

        2. chiamata ricorsiva di mergesort per la prima metà .

        3. chiamata ricorsiva di mergesort per  la seconda metà.

        4. fusione (merging) delle due metà ordinate. }
    /* costo lineare, opera in loco */
     }
```

su un vettore di n elementi:

```
if (n>1) /* ci sono almeno due elementi. */
  {1. Dividi il vettore in due metà.  /*Facile: costo costante */

   2. chiamata ricorsiva di mergesort per la prima metà .

   3. chiamata ricorsiva di mergesort per  la seconda metà.

   4. fusione (merging) delle due metà ordinate
        /* tempo lineare e necessita di un vettore di appoggio */
   }
```

Implementazione su vettori:

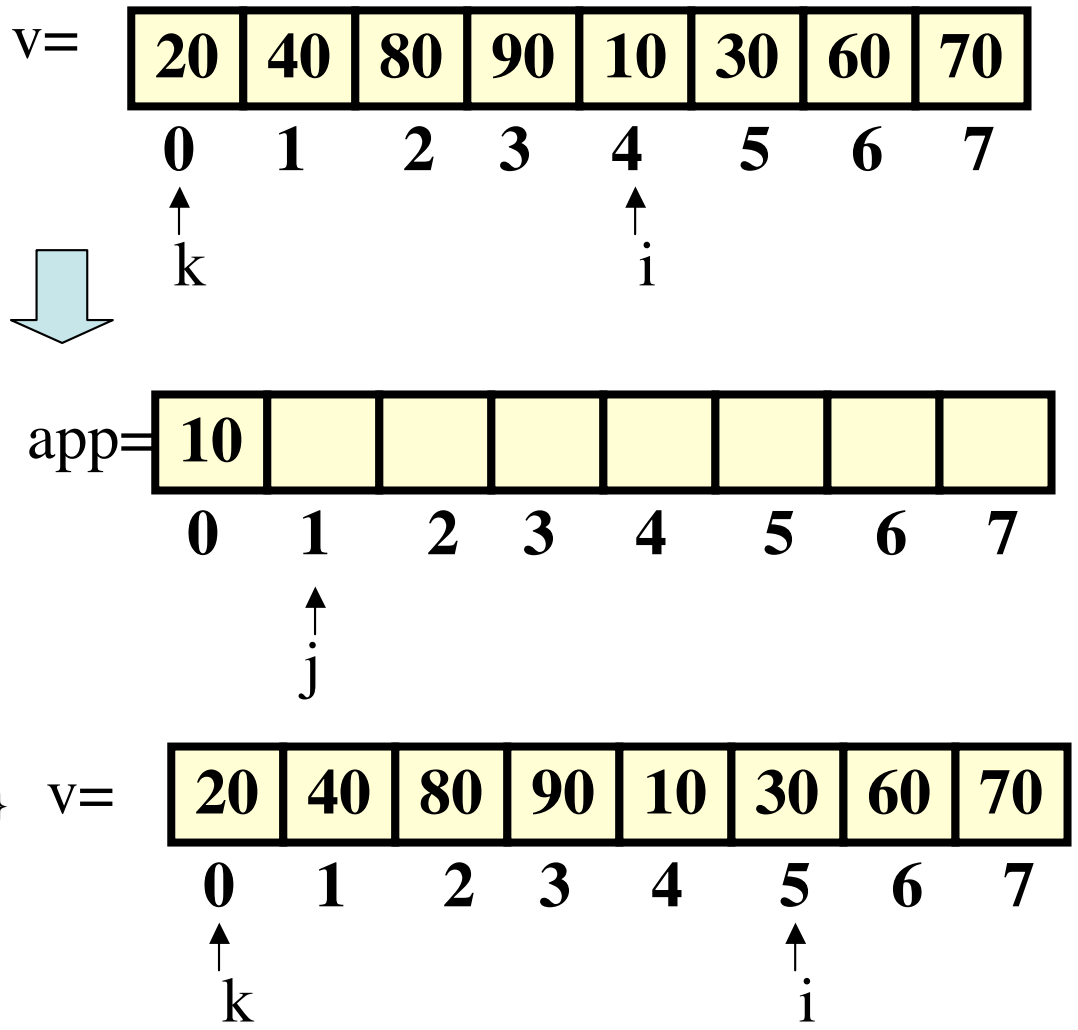
```
void mergeSort (int *v,int* app,int start, int end)
/* ordina, in modo crescente il vettore v di end - start+ 1 elementi,
inizialmente start = 0 e end = numero di elementi -1
*prec: v!= NULL && app != NULL
postc: v[i]<=v[i+1], per start <=i<end*/
{ int   middle;
  if (start < end) /* ci sono almeno 2 elementi */

     { middle = (start + end) / 2; /* calcola il punto mediano */

       mergeSort (v,app,start, middle); /* ordina la prima metà */

       mergeSort (v,app,middle+1, end); /* ordina la seconda metà  */

       merge (v, app,start, middle, end); /* fonde le due metà ordinate */
  }
}
```

NB. Il vettore di appoggio serve a merge, spesso è globale

```
void merge(int * v, int * app,int start, int middle, int end)
/* fonde i sottovettori v[start..middle] e v[middle..end], restituendo il risultato in v.
*prec: v[i]<=v[i+1] per start <= i < middle e
 * v[j]<=v[j+1] per middle +1 <= j < end
 postc:  v[i]<=v[i+1] per start <= i < end */*/
{int k = start , i = middle +1 , j = start;/* k è l'indice di scorrimento della prima metà, i
della seconda, j del   vettore d'appoggio app */
while ((k <= middle) && (i <= end))
       { if (v[k] <= v[i])
             {app[j] = v[k]; k++;}
          else
             {app[j] = v[i];i++;}
          j++;
         }
 if (k <= middle)
/* (i > end) ha provocato l'uscita dal ciclo , bisogna aggiungere in coda gli ultimi
elementi nella prima metà  */
             do  {app[j] = v[k]; j++;k++;}
             while (j <= end);
/*altrimenti l'uscita dal ciclo 1 si è avuta per (k > middle): gli elementi v[i],...,v[end]
sono già al posto giusto, quindi si ricopia solo  app in v */
 for (k = start;k < j; k++)   v[k] = app[k];
}
```

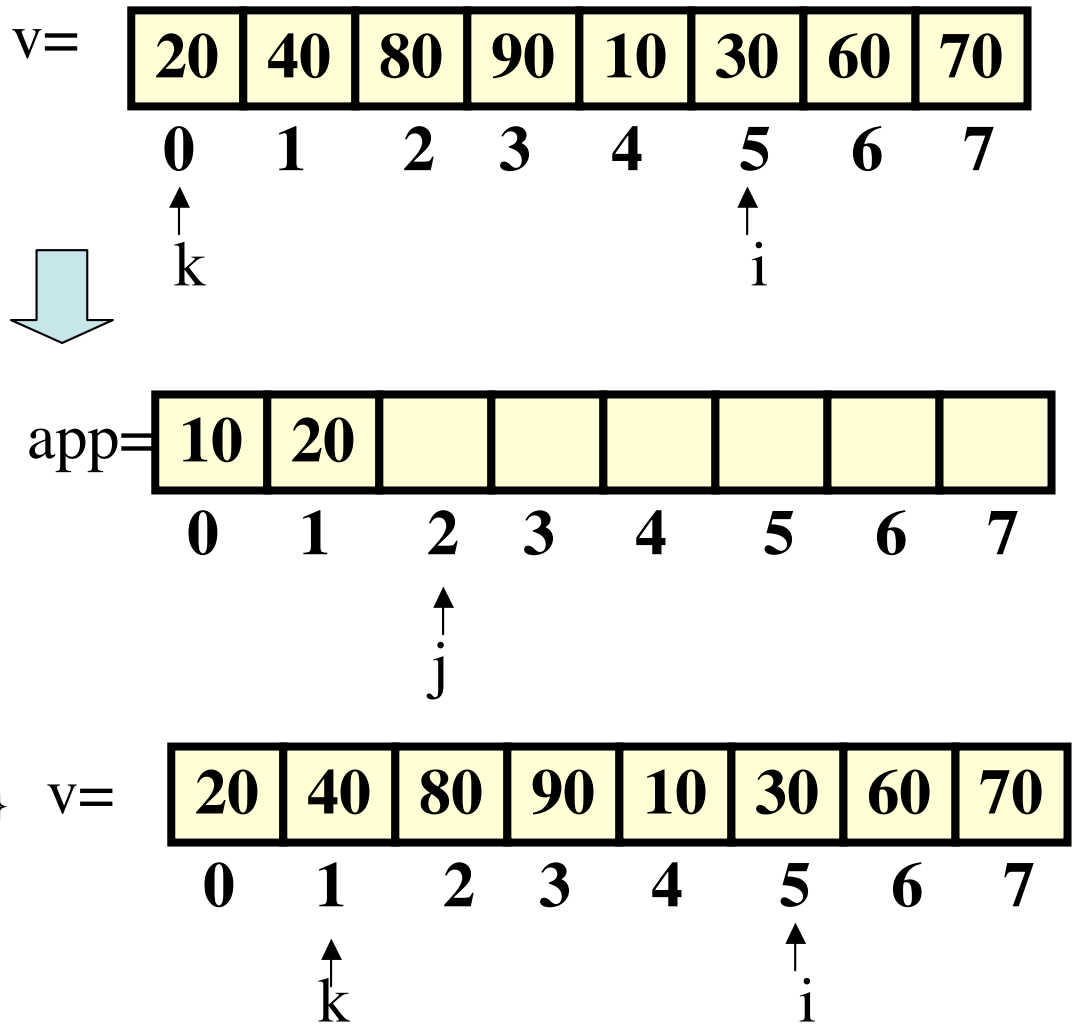
Chiamata merge(v,app,0,3, 7); uscita (i > end)

```
while ((k <= middle) && (i <= end))
/*ciclo 1*/
      { if (v[k] <= v[i])
            {app[j] = v[k]; k++;}
        else
            {app[j] = v[i];i++;}
        j++;
       }
 if (k <= middle) /* (i > end) ha
provocato l'uscita dal ciclo 1, bisogna
aggiungere in coda gli ultimi elementi
nella prima metà  */
            do  {app[j] = v[k]; j++;k++;}
            while (j <= end);
```



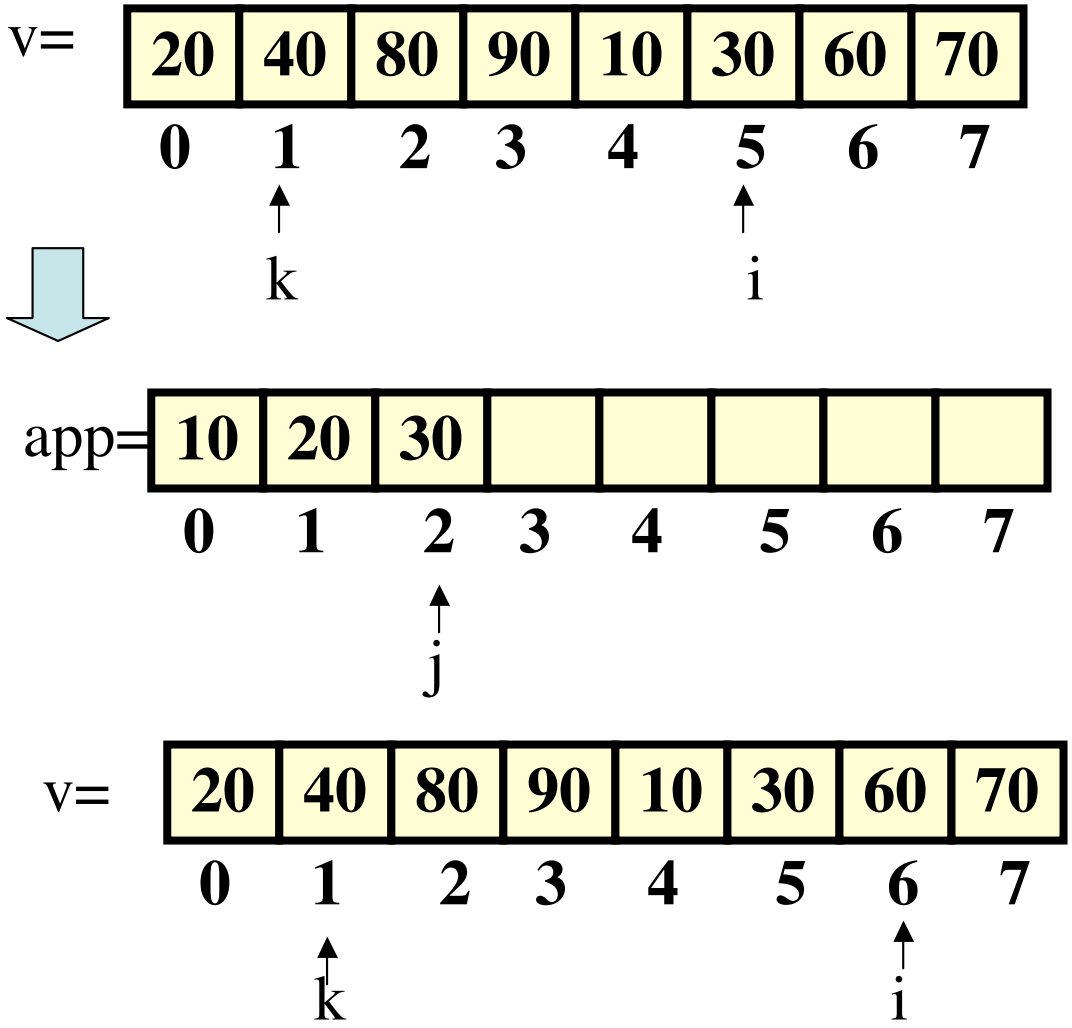
Chiamata merge(v,app,0,3, 7); uscita (i > end)

```
while ((k <= middle) && (i <= end))
/*ciclo 1*/
      { if (v[k] <= v[i])
            {app[j] = v[k]; k++;}
        else
            {app[j] = v[i];i++;}
        j++;
       }
 if (k <= middle) /* (i > end) ha
provocato l'uscita dal ciclo 1, bisogna
aggiungere in coda gli ultimi elementi
nella prima metà  */
            do  {app[j] = v[k]; j++;k++;}
            while (j <= end);
```



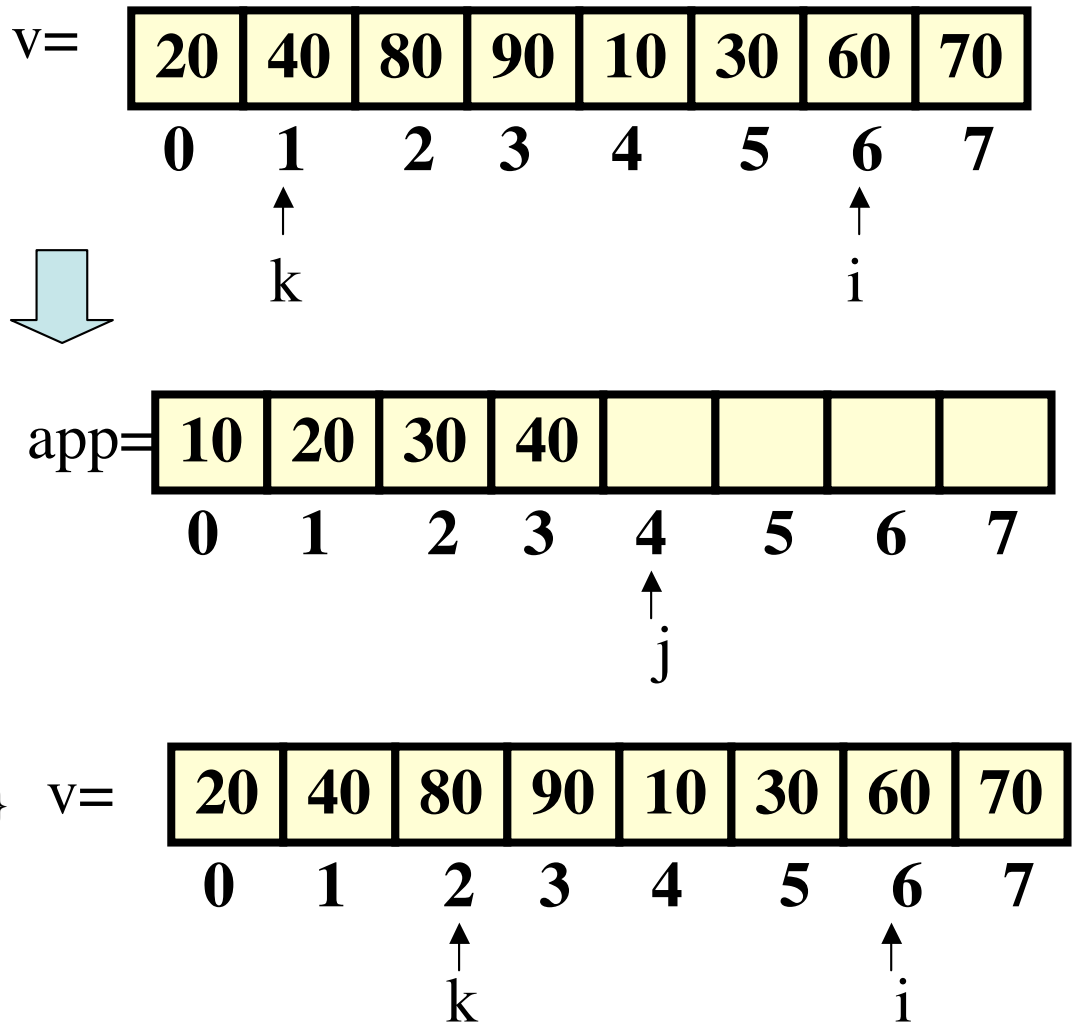
Chiamata merge(v,app,0,3, 7); uscita (i > end)

```
while ((k <= middle) && (i <= end))
/*ciclo 1*/
      { if (v[k] <= v[i])
            {app[j] = v[k]; k++;}
        else
            {app[j] = v[i];i++;}
        j++;
       }
 if (k <= middle) /* (i > end) ha
provocato l'uscita dal ciclo 1, bisogna
aggiungere in coda gli ultimi elementi
nella prima metà  */
  do  {app[j] = v[k]; j++;k++;}
 while (j <= end);
```



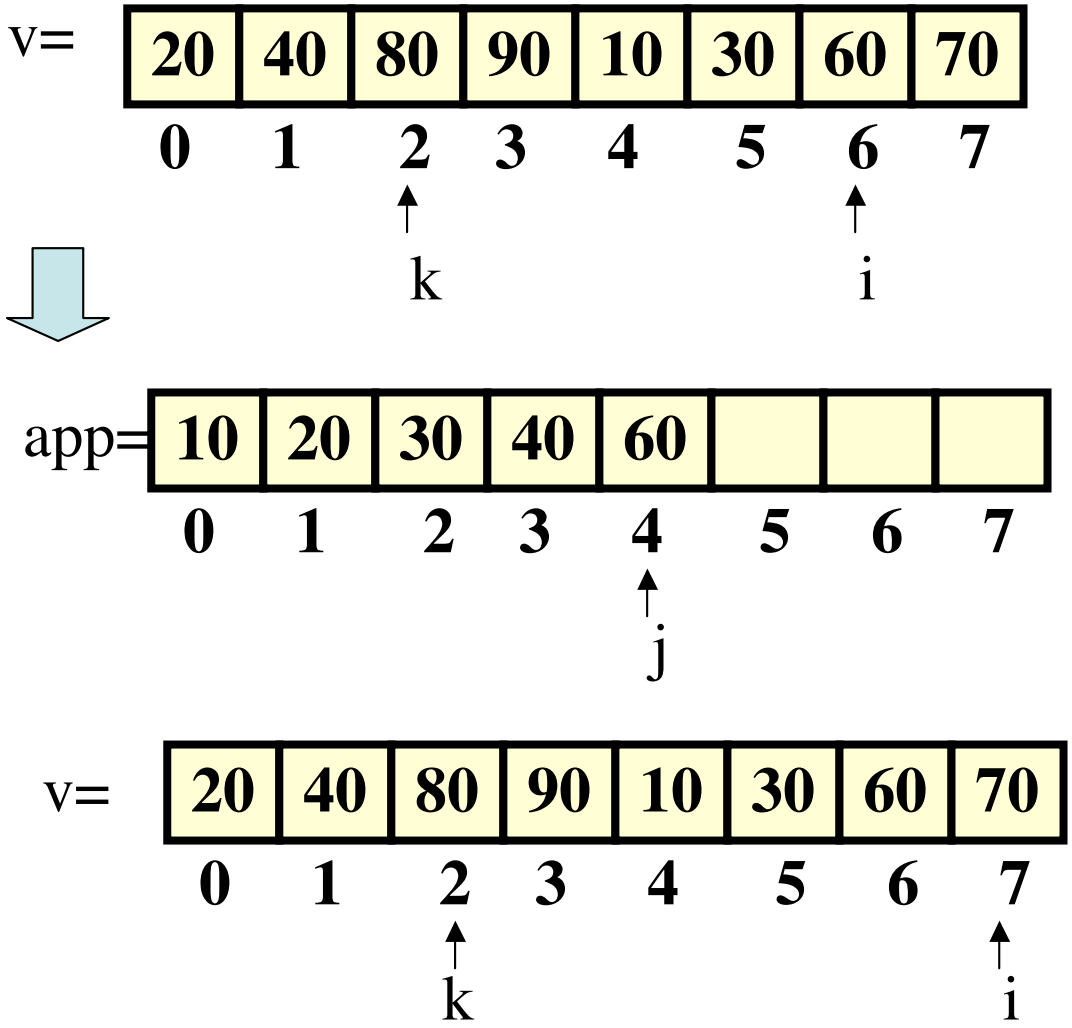
Chiamata merge(v,app,0,3, 7); uscita (i > end)

```
while ((k <= middle) && (i <= end))
/*ciclo 1*/
      { if (v[k] <= v[i])
            {app[j] = v[k]; k++;}
        else
            {app[j] = v[i];i++;}
        j++;
       }
 if (k <= middle) /* (i > end) ha
provocato l'uscita dal ciclo 1, bisogna
aggiungere in coda gli ultimi elementi
nella prima metà  */
            do  {app[j] = v[k]; j++;k++;}
            while (j <= end);
```



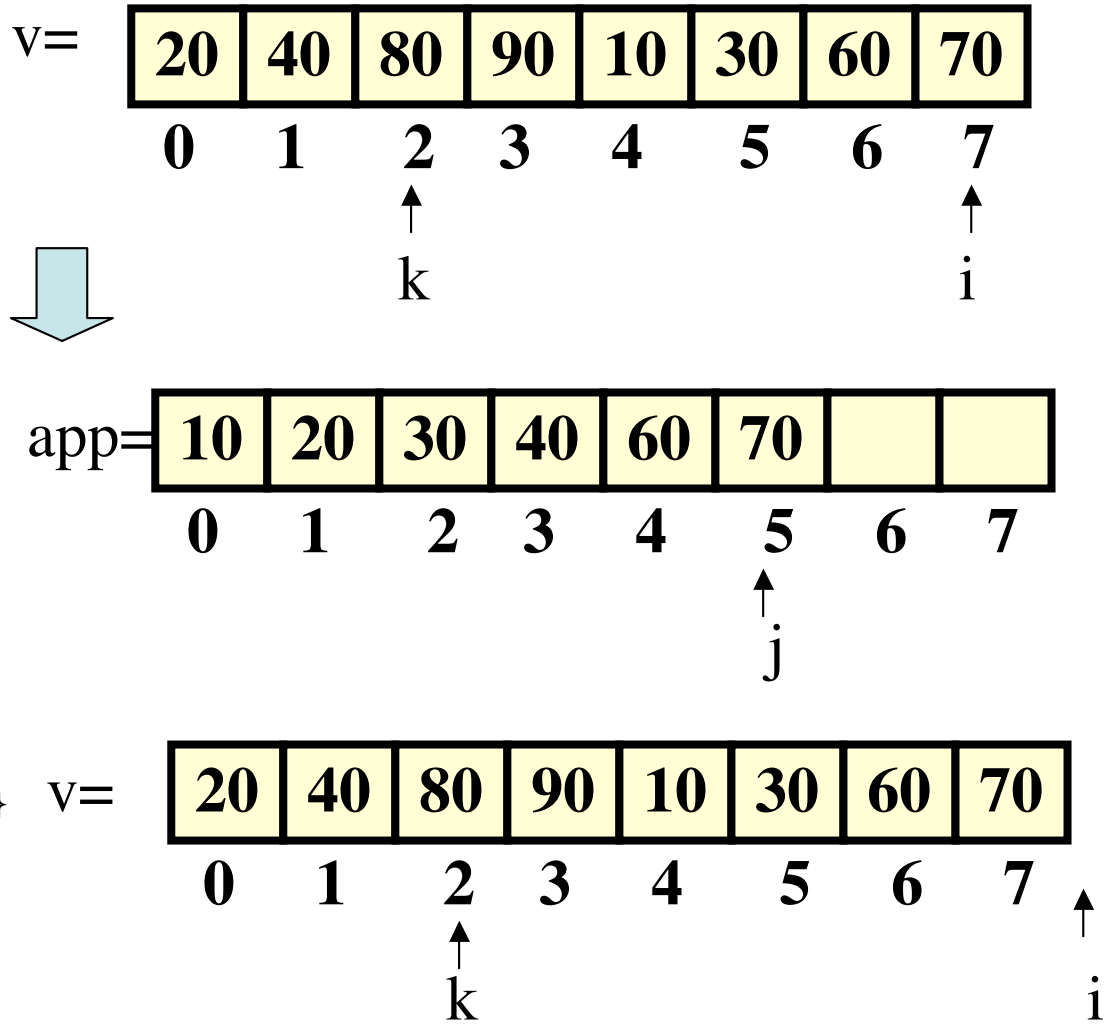
Chiamata merge(v,app,0,3, 7); uscita (i > end)

```
while ((k <= middle) && (i <= end))
/*ciclo 1*/
      { if (v[k] <= v[i])
           {app[j] = v[k]; k++;}
        else
           {app[j] = v[i];i++;}
        j++;
       }
 if (k <= middle) /* (i > end) ha
provocato l'uscita dal ciclo 1, bisogna
aggiungere in coda gli ultimi elementi
nella prima metà  */
do  {app[j] = v[k]; j++;k++;}
 while (j <= end);
```



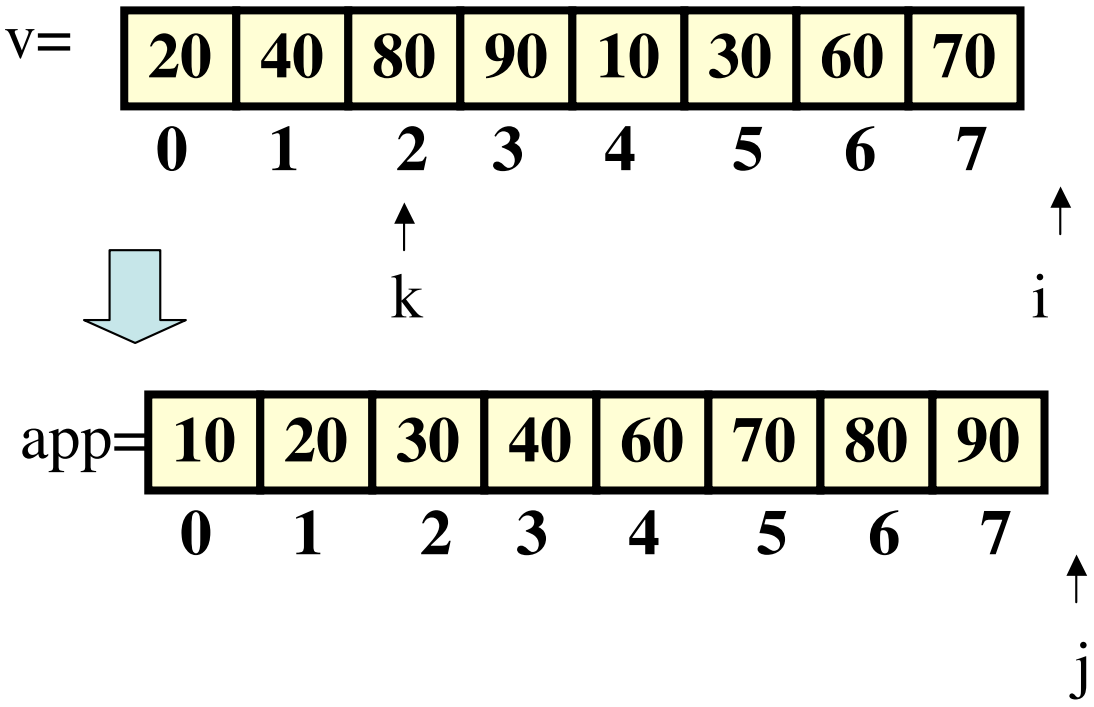
Chiamata merge(v,app,0,3, 7); uscita (i > end)

```
while ((k <= middle) && (i <= end))
/*ciclo 1*/
      { if (v[k] <= v[i])
            {app[j] = v[k]; k++;}
        else
            {app[j] = v[i];i++;}
        j++;
       }
 if (k <= middle) /* (i > end) ha
provocato l'uscita dal ciclo 1, bisogna
aggiungere in coda gli ultimi elementi
nella prima metà  */
            do  {app[j] = v[k]; j++;k++;}
            while (j <= end);
```



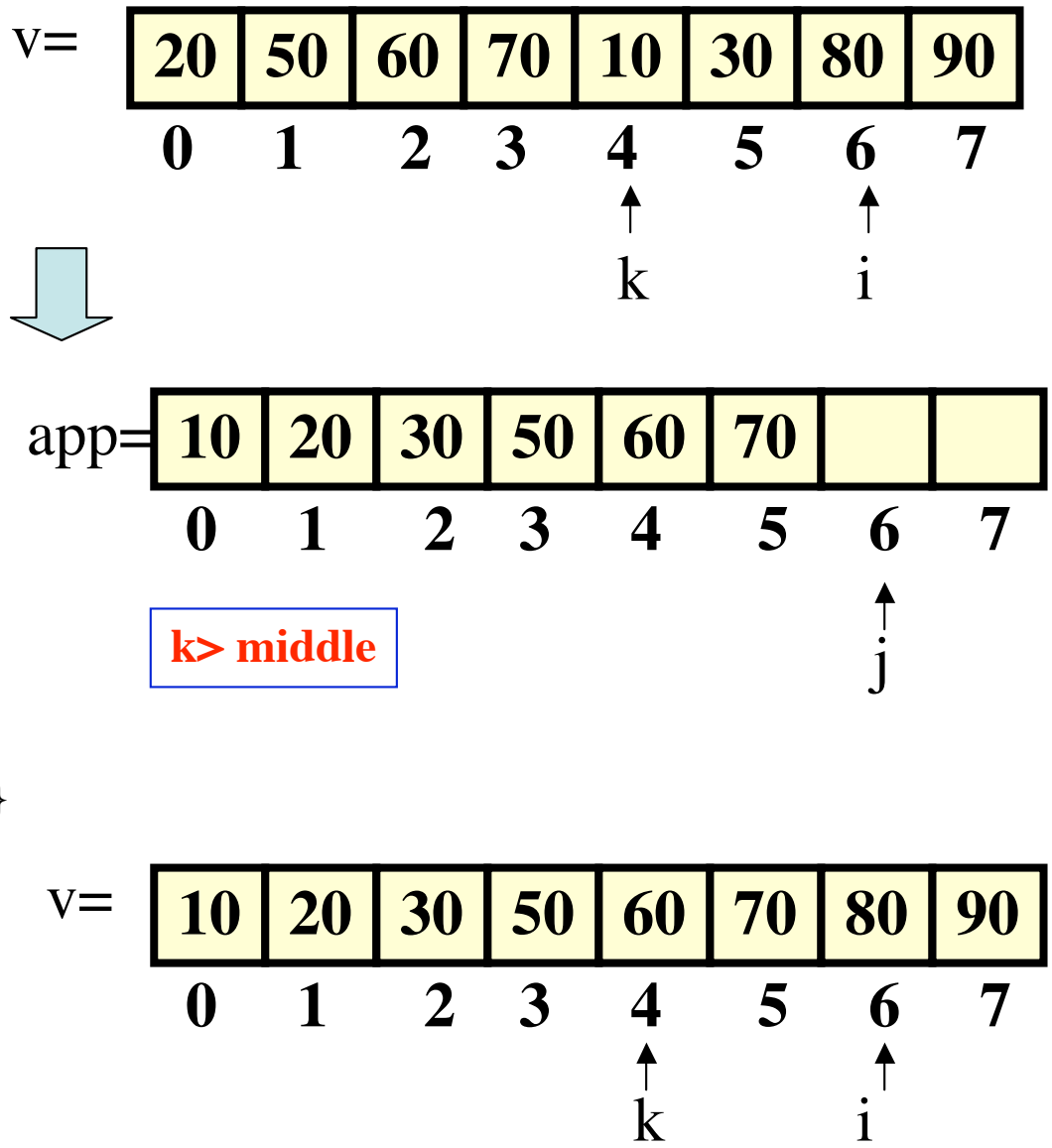
Chiamata merge(v,app,0,3, 7); uscita (i > end)

```
while ((k <= middle) && (i <= end))
/*ciclo 1*/
      { if (v[k] <= v[i])
            {app[j] = v[k]; k++;}
        else
            {app[j] = v[i];i++;}
        j++;
       }
 if (k <= middle) /* (i > end) ha
provocato l'uscita dal ciclo 1, bisogna
aggiungere in coda gli ultimi elementi
nella prima metà  */
            do  {app[j] = v[k]; j++;k++;}
            while (j <= end);
```



Chiamata merge(v,app,0,3, 7);uscita (k > middle)

```
while ((k <= middle) && (i <= end))
/*ciclo 1*/
      { if (v[k] <= v[i])
            {app[j] = v[k]; k++;}
        else
            {app[j] = v[i];i++;}
        j++;
       }
 if (k <= middle) /* (i > end) ha
provocato l'uscita dal ciclo 1, bisogna
aggiungere in coda gli ultimi elementi
nella prima metà  */
            do  {app[j] = v[k]; j++;k++;}
            while (j <= end);
  for (k = start;k < j; k++)
      v[k] = app[k];
```



```
int verificaOrd(const int *a, const int n)
  /* controlla se il vettore è ordinato
* postc: dà 1 se  v[i]<= v[i+1] per 0 <= i < n-1 e 0 altrimenti  */
{int i;
 for(i=0;i< n-1;i++)
  if  (a[i] > a[i+1]) return 0;
 return 1;
}
```

```
int* inVett(const int num)
/*restituisce  un vettore inizializzato con interi pseudocasuali*/
{int i, *vett;
vett = malloc(num*sizeof(int));
srand(time(NULL));
for (i = 0;i < num;i++) vett[i] = rand()%129 ;
return vett;}
```

```
main()
{int num, j,numTest;
int* app,* vett;
printf("Inserisci il numero di test da effettuare.\n");
scanf("%d",&numTest);
for (j=0;j<numTest;j++)
        {printf("Inserisci il numero di elementi del vettore.\n");
        scanf("%d",&num);
        app  = (int*)malloc(num*sizeof(int));
        vett = inVett(num);
        printf("Gli elementi scelti a caso e inseriti  nel vettore sono:\n");
        stVett(vett,num);
        mergeSort(vett,app,0,num-1);
        assert(verificaOrd(vett,num));
        printf("Gli elementi ordinati  nel vettore sono:\n");
        stVett(vett,num);
        printf("Tutto bene con il mergeSort.\n");
        }

return 0;
}
```

NB: solo dopo aver effettuato i test elementari.