Nome e Cognome: Matricola: Anno di corso:

Scritto di "Metodi Matematici per l'Informatica", secondo canale, a.a. 2011/2012
16 Febbraio 2012

Es 1. Sia $X \subseteq \mathbf{N}$ e pari$(X) = \{x \in X \mid x$ è pari$\}$. Allora:

- **A** ☐. $X -$ pari(X) non può mai essere uguale ad X.
- **B** ☐. $X \cup$ pari$(X) = X$, qualunque sia X.
- **C** ☐. $X \cap$ pari$(X) = X$, qualunque sia X.
- **D** ☐. $X \cap$ pari$(X) =$ pari(X), qualunque sia X.
- **E** ☐. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 2. Sia $R = \{(X, Y) \mid X, Y \subseteq \mathbf{N}$ e $\exists A \subset X, B \subset Y$ tali che A e B hanno la stessa cardinalità$\}$. Allora:

- **A** ☐. R è una relazione d'ordine.
- **B** ☐. R è una relazione di equivalenza.
- **C** ☐. $(\mathbf{Z}, \mathbf{N}) \in R$.
- **D** ☐. $(\emptyset, \emptyset) \in R$.
- **E** ☐. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 3. Sia $R \subseteq \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ la relazione tale che $R(n, m)$ se e solo sia m che n sono divisibili per 7.

- **A** ☐. R è riflessiva;
- **B** ☐. R è simmetrica;
- **C** ☐. R è numerabile;
- **D** ☐. la chiusura transitiva di R non è numerabile;
- **E** ☐. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 4. Diciamo che un insieme $A \subseteq \mathbf{N}$ è chiuso rispetto alla somma se per ogni $x, y \in A, x+y \in A$. Indicare un insieme A chiuso rispetto alla somma ed un insieme B non chiuso rispetto alla somma. Indicare inoltre tre insiemi distinti U, V, Z che siano chiusi rispetto alla somma e tali che $U = V \cap Z$.

Rispondere qui

Seconda parte

Es 5. Dimostrare per induzione che $\Pi_{i=1}^{n} \frac{i+1}{i} = n+1$.

Rispondere qui

Es 6. Le seguenti proposizioni sono valide (V), soddisfacibili (S) o insoddisfacibili (I)?

- ☐ $(\neg A \vee C) \rightarrow ((\neg B \vee C) \rightarrow (\neg(A \vee B) \vee C))$
- ☐ $((A \vee B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C))$
- ☐ $A \rightarrow (A \rightarrow A)$
- ☐ $(A \wedge B \wedge \neg C) \vee (D \wedge \neg D \wedge A) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$
- ☐ $(A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \rightarrow \neg C))$

Es 7. Sia **L** il linguaggio composto da un simbolo di relazione binaria R (e dall'identità). Sia **N** la struttura con dominio $\mathbb{N}$ dove $R(x, y)$ è interpretata come $x < y$. Sia **Q** la struttura con dominio $\mathbb{Q}$ dove $R(x, y)$ è interpretata come $x < y$. Indicare un enunciato della logica predicativa vero in **N** e falso in **Q**.

Rispondere qui

Es 8. Tradurre i punti [A-E] (non necessariamente veri!) qui sotto in enunciati del linguaggio formale composto da un predicato a tre posti $T(x, y, z)$ e una funzione a due posti $out(x, y)$ con il seguente significato intuitivo: $T(x, y, z)$ sta per ``il programma x su input y termina entro z unità di tempo", e $out(x, y)$ indica l'output del programma x su input y. (N.B. out è un simbolo di funzione, $out(x, y)$ è un termine). Il linguaggio contiene anche un simbolo di costante c con il seguente significato intuitivo: $out(x, y) = c$ indica che il programma x sull'input y è indefinito (non restituisce un output). Si intende che il linguaggio contenga anche il simbolo $=$ per l'identità.

A. Il programma x termina sull'input y ma non restituisce un output.

Risposta A

B. Un programma può terminare senza restituire un output.

Risposta B

C. Un programma non può dare un output senza terminare.

Risposta C

D. Esiste un programma che restituisce sempre un output.

Risposta D

E. Per ogni programma ne esiste un altro che termina esattamente sugli input sui quali il primo va in loop.

Risposta E