

2. Usando il metodo dei tableaux, verificare se i seguenti enunciati sono tautologie:

(a) $((A \vee B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C));$

(b) $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C);$

(c) $A \rightarrow (A \rightarrow \neg A);$

(d) $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow \neg B);$

(e) $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow C) \vee (C \rightarrow A);$

(f) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C)));$

(g) $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C).$

5. Usando il metodo dei tableaux e il principio di induzione, si dica quali dei seguenti enunciati sono validi:

$$A \rightarrow B$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow B))$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow A)))$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow B))))$$

In generale, date le seguenti formule che definiscono gli enunciati sopra elencati, dire quali di esse sono valide:

$$F_0 = A \rightarrow B$$

$$G_0 = A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$F_{n+1} = A \rightarrow (B \rightarrow F_n)$$

$$G_{n+1} = A \rightarrow (B \rightarrow G_n)$$

6. Dimostrare, usando il metodo di Hilbert, le seguenti tautologie:

(a) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$

(b) $\neg A \rightarrow \neg(A \wedge B)$

(c) $((A \vee B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C))$

(d) $(B \wedge \neg A) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg(A \vee C))$

(e) $(A \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow D)) \rightarrow (\neg(A \rightarrow D) \rightarrow (A \wedge B \wedge \neg C))$

(f) $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow B)))$

(g) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow C))$

(h) $A \rightarrow (A \vee (B \wedge C))$

(i) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$