Cognome ________________________________

Nome_________________________________

Anno di corso____________________________

Università di Roma „La Sapienza"
Corsi di Laurea in Informatica e Tecnologie Informatiche
Insegnamento di Logica Matematica (A-D)

2° prova in itinere

1. Si definisca la seguente funzione da **N** in **N**:

$$S(0) = 1$$
$$S(k+1) = S(k) + 2^{k+1}$$

Si dimostri che, per ogni $n \in \mathbf{N}$, vale $2^{n+1} - S(n) = 1$.

Per induzione su n.

Base (n = 0): $2^{0+1} - S(0) = 2 - 1 = 1$

Induzione (vero per $n = k \geq 0$, da dimostrare per $n = k+1$):

$2^{(k+1)+1} - S(k+1)$	=	$2^{(k+1)+1} - (S(k) + 2^{k+1})$	per definizione di S(k+1)
	=	$2^{k+1} + 2^{k+1} - S(k) - 2^{k+1}$	per proprietà delle potenze
	=	$2^{k+1} + 1 - 2^{k+1}$	per induzione su S(k)
	=	1	

(Ciascuno dei quesiti esercizi non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

2. Se in un'algebra di Boole inverto l'ordinamento:

☐ A. Non ho necessariamente un'algebra di Boole.
☐ B. Ottengo ancora un'algebra di Boole.
☐ C. L'insieme risulta non ordinato.
☐ D. L'operazione di complemento non cambia.

3. Sia X un insieme infinito e si consideri Pf(X), la famiglia dei suoi sottinsiemi finiti con le consuete operazioni di unione ed intersezione. Si consideri anche Cof(X), la famiglia dei complementari di sottinsiemi finiti:

☐ A. Pf(X) è un'algebra di Boole
☐ B. Pf(X) ∪ Cof(X) è un'algebra di Boole.
☐ C. Cof(X) è un'algebra di Boole.
☐ D. Pf(X) ∪ Cof(X) coincide con l'algebra delle parti di X, P(X).

4. Per definizione, affermare che un sistema deduttivo S è corretto significa:

- ☐ A. Che in S non esistono P logicamente valide che non siano dimostrabili.
- ☐ B. Che in S ogni P logicamente valida è dimostrabile.
- ☐ C. Che in S ogni P dimostrabile è logicamente valida.
- ☐ D. Che in S la relazione di validità logica e la relazione di dimostrabilità coincidono.

5. Per definizione, affermare che un sistema deduttivo S è completo significa:

- ☐ A. Che in S la relazione di validità logica e la relazione di dimostrabilità coincidono.
- ☐ B. Che in S ogni P logicamente valida è dimostrabile.
- ☐ C. Che in S ogni P refutata è una contraddizione.
- ☐ D. Che in S tutte le formule sono dimostrabili.

6. Dimostrare col metodo dei tableau semantici che la seguente formula è valida

$$((A \rightarrow B) \vee A)) \wedge ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow B))$$

<u>SOLUZIONE:</u>

$$\neg\, (((A \rightarrow B) \vee A)) \wedge ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow B)))$$

/ \

$\neg\, ((A \rightarrow B) \vee A))$ $\qquad$ $\neg\, ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow B))$

| |

$\neg\, (A \rightarrow B)\ ,\ \neg A$ $\qquad$ $\neg\, (A \rightarrow C)\ ,\ \neg\, (B \rightarrow B)$

| |

$A\ ,\ \neg B\ ,\ \neg A$ $\qquad$ $\neg\, (A \rightarrow C)\ ,\ B\ ,\ \neg B$

X X