Cognome ________________________________ Nome__________________Fila A__

Prova intermedia dell'insegnamento di
METODI MATEMATICI - Canale A – L
7 - 11 - 2016 (prof. Anna Labella)
(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Indichiamo con P(A) l'insieme dei sottoinsiemi di un insieme A con X, Y$\in$ P(A). Quale delle seguenti proposizioni è sempre vera, per ogni insieme A?

- se $\emptyset \in A$ allora $\emptyset \in P(A)$ ☑
- se $\emptyset \in P(A)$ allora $\emptyset \in A$ ☐
- $(X\cup Y)\cap X = X$ ☑
- $(X\cap Y) \cup X = X$ ☑
- se $A \subseteq P(A)$ allora $A = \emptyset$ ☐

2. Sia $R\subseteq A \times A$ una relazione simmetrica e antisimmetrica. Quale delle seguenti proposizioni è sempre vera?

- non può esistere una tale R ☐
- R non contiene elementi della diagonale di A ☐
- $R= A \times A$ ☐
- R è necessariamente anche antiriflessiva ☐
- se per ogni x in A esiste y tale che x R y, allora R è un'equivalenza ☑

3. Quale delle seguenti proposizioni è sempre falsa?

- esiste una funzione $A \to B$ iniettiva se e solo se ne esiste una $B \to A$ suriettiva ☐
- se A e B hanno la stessa cardinalità, allora ogni funzione suriettiva $A \to B$ è anche iniettiva ☐
- $f \cdot g$ è invertibile se e soltanto se $g \cdot f$ è invertibile ☐
- $f \cdot g$ è invertibile se $g \cdot f$ è invertibile ☐
- $f \cdot g$ è invertibile soltanto se $g \cdot f$ è invertibile ☐

4. Dimostrare (per induzione) che, per $n \geq 0$ e $a\neq 1$

$$\sum_{k=0,n} a^k = \frac{1 - a^{n+1}}{1-a}$$

passo base $\sum_{k=0,0} a^k = a^0 = 1= \dfrac{1 - a^1}{1-a}$

passo induttivo: supponiamo

$$\sum_{k=0,n} a^k = \frac{1 - a^{n+1}}{1-a}$$

dimostriamo

$$\sum_{k=0,n+1} a^k = \frac{1 - a^{n+2}}{1-a}$$

$$\sum_{k=0,n+1} a^k = \sum_{k=0,n} a^k + a^{n+1} = \frac{1 - a^{n+1}}{1-a} + a^{n+1} = \frac{1 - a^{n+2}}{1-a}$$

Cognome ________________________________ Nome__________________ **Fila B**

Prova intermedia dell'insegnamento di
METODI MATEMATICI - Canale A – L
7 - 11 - 2016 (prof. Anna Labella)
(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Indichiamo con P(A) l'insieme dei sottoinsiemi di un insieme A con X, Y$\in$ P(A). Quale delle seguenti proposizioni è sempre vera, per ogni insieme A?

- $\emptyset \in P(A)$ se e soltanto se $\emptyset \in A$ ☐
- se $\emptyset = P(A)$ allora $\emptyset = A$ ☑
- $(X \cup Y) \cap X = Y$ ☐
- $(X \cap Y) \cup X = Y$ ☐
- se $A = \emptyset$ allora $A \subseteq P(A)$ ☑

2. Sia $R \subseteq A \times A$ una relazione simmetrica e antisimmetrica. Quale delle seguenti proposizioni è sempre vera?

- $R = \emptyset$ ☐
- R è necessariamente anche riflessiva ☐
- $R=R^{-1}$ ☑
- R è necessariamente anche transitiva ☑
- se per ogni x in A esiste y tale che x R y, allora R è un ordine ☑

3. Quale delle seguenti proposizioni è sempre falsa?

- se f: A → A è invertibile, allora f^2 è invertibile ☐
- se A e B hanno la stessa cardinalità finita, allora ogni funzione suriettiva A → B è anche iniettiva ☐
- se f: A → B è biunivoca allora si può definire f^2 ☐
- se ogni funzione suriettiva A → B è anche iniettiva, allora A e B hanno la stessa cardinalità ☐
- se f: A → B è iniettiva, allora #A ≤ #B ☐

4. Dimostrare (per induzione) che, per $n \geq 1$

$$\sum_{k=0,n} (2k+1) = (n+1)^2$$

passo base $\sum_{k=0,1} (2k+1) = 1+3 = (1+1)^2$

passo induttivo: supponiamo

$$\sum_{k=0,n} (2k+1) = (n+1)^2$$

dimostriamo

$$\sum_{k=0,n+1} (2k+1) = (n+2)^2$$

$$\sum_{k=0,n+1} (2k+1) = \sum_{k=0,n} (2k+1) + [2(n+1)+1] = (n+1)^2 + 2n+3 = (n+2)^2$$

Cognome _______________________________ Nome_________________Fila C__

Prova intermedia dell'insegnamento di
METODI MATEMATICI - Canale A – L
7 - 11 - 2016 (prof. Anna Labella)
(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Indichiamo con P(A) l'insieme dei sottoinsiemi di un insieme A con X, Y$\in$ P(A). Quale delle seguenti proposizioni è sempre vera, per ogni insieme A?

- se $\varnothing$ = A allora $\varnothing$ = P(A) ☐
- se $\varnothing \neq$ A allora $\varnothing \neq$ P(A) ☑
- $(X\cup Y)^c \cap X^c = X^c$ ☐
- $(X\cup Y)^c \cup X^c = X^c$ ☑
- se $A \subseteq P(A)$ allora $7 \notin A$ ☑

2. Sia R$\subseteq$ A × A una relazione simmetrica e antisimmetrica. Quale delle seguenti proposizioni è sempre falsa?

- se per ogni x in A esiste y tale che x R y, allora R è un'equivalenza ☐
- R è necessariamente anche antiriflessiva ☐
- R non contiene elementi della diagonale di A ☐
- R= A × A ☐
- non può esistere una tale R ☑

3. Quale delle seguenti proposizioni è sempre vera?

- se A e B hanno la stessa cardinalità finita, allora ogni funzione suriettiva A → B è anche iniettiva ☐
- se ogni funzione suriettiva A → B è anche iniettiva, allora A e B hanno la stessa cardinalità ☑
- se f: A → B è iniettiva, allora #A < #B ☐
- f: A → B è biunivoca allora si può definire f^2 ☐
- se f: A → A è invertibile, allora f^2 è invertibile ☑

4. Dimostrare (per induzione) che, per $n \geq 1$

$$\sum_{k=1,n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

passo base $\sum_{k=1,1} k^2 = 1 = 6/6$

passo induttivo: supponiamo

$$\sum_{k=1,n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

dimostriamo

$$\sum_{k=1,n+1} k^2 = \frac{(n+1)(n+2)[2(n+1)+1]}{6}$$

$$\sum_{k=1,n+1} k^2 = \sum_{k=1,n} k^2 + (n+1)^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \frac{(n+1)(n+2)[2(n+1)+1]}{6}$$

Cognome _________________________________ Nome___________________Fila D

Prova intermedia dell'insegnamento di
METODI MATEMATICI - Canale A – L
7 - 11 - 2016 (prof. Anna Labella)
(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Indichiamo con P(A) l'insieme dei sottoinsiemi di un insieme A con X, Y$\in$ P(A). Quale delle seguenti proposizioni è sempre vera, per ogni insieme A?

- $\varnothing = P(A)$ se e soltanto se $\varnothing = A$ ☐
- se $\varnothing \neq P(A)$ allora $\varnothing \neq A$ ☐
- $\varnothing \neq P(A)$ se e soltanto se $\varnothing \neq A$ ☐
- $(X\cup Y)^c \cup X^c = X$ ☐
- se $7 \notin A$ allora $A \subseteq P(A)$ ☐

2. Sia R$\subseteq$ A × A una relazione simmetrica e antisimmetrica. Quale delle seguenti proposizioni è sempre falsa?

- $R=R^{-1}$ ☐
- $R = \varnothing$ ☐
- R è necessariamente anche riflessiva ☐
- se per ogni x in A esiste y tale che x R y, allora R è un ordine ☐
- R è necessariamente anche transitiva ☐

3. Quale delle seguenti proposizioni è sempre vera?

- se A e B hanno la stessa cardinalità, allora ogni funzione suriettiva A → B è anche iniettiva ☐
- esiste una funzione A → B iniettiva se e solo se ne esiste una B → A suriettiva ☐
- $f \cdot g$ è invertibile se $g \cdot f$ è invertibile ☐
- $f \cdot g$ è invertibile soltanto se $g \cdot f$ è invertibile ☐
- $f \cdot g$ è invertibile se e soltanto se $g \cdot f$ è invertibile ☐

4. Dimostrare (per induzione) che, per n ≥ 1

$$\sum_{k=1,n} k^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4}$$

passo base $\sum_{k=1,1} k^3 = 1 = 4/4$

passo induttivo: supponiamo

$$\sum_{k=1,n} k^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4}$$

dimostriamo

$$\sum_{k=1,n+1} k^3 = \frac{(n+1)^2 (n+2)^2}{4}$$

$$\sum_{k=1,n+1} k^3 = \sum_{k=1,n} k^3 + (n+1)^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4} + (n+1)^3 = \frac{(n+1)^2 (n+2)^2}{4}$$