Cognome _______________________________ Nome_________________Fila A__

Esame dell'insegnamento di
METODI MATEMATICI - Canale A – L
14 - 11 - 2013 (prof.ssa Anna Labella)
(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

☐ **secondo esonero (solo esercizi 4,5,6; tempo 1 ora)** ☐ **scritto completo (tutti gli esercizi; tempo 2 ore)**

1. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni coppia di insiemi A e B:

- $\mathcal{P}(A \times B) \subseteq \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$ _
- $\mathcal{P}(A \cup B) \subseteq \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$ _
- $\mathcal{P}(A \cap B) \subseteq \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$ ☑
- $\mathcal{P}(A - B) \subseteq \mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B)$ _

2. Sia A l'insieme _ $\cup\ \mathcal{P}(\_) \cup \mathcal{P}(\mathcal{P}(\_)) \cup \mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\_)))\ldots$ e sia $R \subseteq A \times A$ la relazione di appartenenza su A, ovvero: a R b se e solo se a_b. Quali delle seguenti proprietà è soddisfatta da R?

- riflessiva _
- antiriflessiva ☑
- simmetrica _
- antisimmetrica ☑
- transitiva _

3. Sia R l'insieme dei numeri reali e $(\ )^3 : R \longrightarrow R$ la funzione che eleva al cubo un numero. Quali fra le seguenti affermazioni sono vere?

- $(\ )^3$ è iniettiva ☑
- $(\ )^3$ è non suriettiva _
- $(\ )^3$ ha un'inversa ☑

4. Dimostrare (per induzione) che, per $a \geq -1$
$n\,a+1 \leq (a+1)^n$

Si potrebbe osservare che sarebbe meglio porre $a \geq 0$ per evitare equivoci.
L'induzione è rispetto ad n.
Caso base n=0
$0\,a + 1 = 1 \leq (a+1)^\circ = 1$

Passo induttivo:
Supponendo $n\,a+1 \leq (a+1)^n$, dimostrare $(n+1)\,a+1 \leq (a+1)^{n+1}$

$$(n+1)\,a+1 = n\,a + a + 1 = (n\,a + 1) + a \leq (n\,a + 1)(a + 1) \leq (a+1)^n (a + 1) = (a+1)^{n+1}$$

Cognome ________________________________ Nome_________________Fila B__

Esame dell'insegnamento di
METODI MATEMATICI - Canale A – L
14 - 11 - 2013 (prof.ssa Anna Labella)
(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)
☐ secondo esonero (solo esercizi 4,5,6; tempo 1 ora) **☐ scritto completo (tutti gli esercizi; tempo 2 ore)**

1. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni coppia di insiemi A e B:

- $\mathcal{P}(A)\ X\ \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A\ X\ B)$ _
- $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$ ☑
- $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cap B)$ ☑
- $\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A - B)$ _

2. Sia A l'insieme $\mathcal{N} \cup \mathcal{P}(\mathcal{N}) \cup \mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{N})) \cup \mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{N})))\ldots$, dove $\mathcal{N}$ è l'insieme dei numeri naturali, e sia $R \subseteq A\ X\ A$ la relazione di appartenenza su A, ovvero: a R b se e solo se a_b. Quali delle seguenti proprietà è soddisfatta da R?

- riflessiva _
- antiriflessiva ☑
- simmetrica _
- antisimmetrica ☑
- transitiva _

3. Sia R l'insieme dei numeri reali e sia $\sqrt{}^{3}$: $R \longrightarrow R$ la funzione che estrae la radice cubica di un numero. Quali fra le seguenti affermazioni sono vere?

- $\sqrt{}^{3}$ è iniettiva ☑
- $\sqrt{}^{3}$ è non suriettiva _
- $\sqrt{}^{3}$ ha un'inversa ☑

4. Dimostrare (per induzione) che, per $a \geq -1$
$n\,a+1 \leq (a+1)^n$

Si potrebbe osservare che sarebbe meglio porre $a \geq 0$ per evitare equivoci.
L'induzione è rispetto ad n.
Caso base n=0
$0\,a + 1 = 1 \leq (a+1)^{\circ} = 1$

Passo induttivo:
Supponendo $n\,a+1 \leq (a+1)^n$, dimostrare $(n+1)\,a+1 \leq (a+1)^{n+1}$

$$(n+1)\,a+1 = n\,a + a + 1 = (n\,a + 1) + a \leq (n\,a + 1)(a + 1) \leq (a+1)^n (a + 1) = (a+1)^{n+1}$$