Sapienza Università di Roma
Corso di Laurea in Informatica
Insegnamento di Metodi matematici per l'informatica, canale A-D
1° Prova, a.a. 2009/10 – FILA A

Nome e Cognome ____ **Matricola** _____________

Anno di corso _____________

1. Si considerino i seguenti insiemi: A = {a,b,c}, B = {a,{b},{b,c}} e C = ***P***(A), cioè l'insieme delle parti di A. Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false.

A.	$A \cap C = \emptyset$	☐ Vero	☐ Falso
B.	$b \in C \setminus B$	☐ Vero	☐ Falso
C.	$B \subseteq C$	☐ Vero	☐ Falso
D.	$A \cup B = A$	☐ Vero	☐ Falso
E.	$a \in B \cup C$	☐ Vero	☐ Falso

2. Si supponga che $A \times B = \emptyset$. Allora

A.	se B = Ø, allora A può essere Ø	☐ Vero	☐ Falso
B.	A può essere Ø	☐ Vero	☐ Falso
C.	se B = Ø, allora A non può essere Ø	☐ Vero	☐ Falso
D.	A non può essere Ø	☐ Vero	☐ Falso
E.	A e B possono essere Ø	☐ Vero	☐ Falso

3. Per ognuna delle seguenti relazioni definite sull'universo dei numeri naturali, si dica se è del tipo indicato e, in caso negativo, si elenchino tutte le proprietà che esse NON soddisfano:

A. la relazione che accoppia numeri la cui somma dà 100
☐ a. è un'equivalenza
☐ b. non è un'equivalenza perché non gode della/e proprietà:____________________________________

B. la relazione che accoppia numeri uno il quadrato dell'altro in qualunque ordine
☐ a. è un'equivalenza
☐ b. non è un'equivalenza perché non gode della/e proprietà:____________________________________

C. la relazione che accoppia numeri dei quali il primo è un divisore proprio del secondo
☐ a. è un ordine debole
☐ b. non è un ordine debole perché non gode della/e proprietà:__________________________________

D. la relazione che accoppia numeri dei quali il primo è la radice quadrata del secondo
☐ a. è un ordine stretto
☐ b. non è un ordine stretto perché non gode della/e proprietà__________________________________

E. la relazione che non accoppia alcun numero
☐ a. è un ordine stretto
☐ b. non è un ordine stretto perché non gode della/e proprietà__________________________________

4. Siano f e g funzioni parziali e $g \circ f$ la loro composta. Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false.

A.	il dominio di g deve coincidere con il codominio di g	☐ Vero	☐ Falso
B.	il codominio di g può coincidere con il dominio di f,	☐ Vero	☐ Falso
C.	$f \circ g$ è sempre definita	☐ Vero	☐ Falso
D.	se $g \circ f$ è l'identità sul dominio di f, allora g è l'inversa di f	☐ Vero	☐ Falso
E.	se g è suriettiva allora $g \circ f$ è suriettiva	☐ Vero	☐ Falso

5. Si dimostri per induzione che $\sum_{i=0,..,n} 2^i > 2n$

SOLUZIONI:

1. risposte vere: A, E

2. risposte vere: A, B, E

3. A: crocetta su b; proprietà non soddisfatte: rifl e trans
B: crocetta su b; proprietà non soddisfatte: rifl e trans
C: crocetta su b; proprietà non soddisfatte: rifl e antisimm
D: crocetta su b; proprietà non soddisfatte: antirifl e trans
E: crocetta su a

4. risposte vere: B

5.

Base: banalmente, $\sum_{i=0,..,0} 2^i = 2^0 = 1 > 0$

Induzione: $\sum_{i=0,..,n+1} 2^i = \sum_{i=0,..,n} 2^i + 2^{n+1} > 2n + 2^{n+1} \geq 2n + 2 = 2(n+1)$

Infatti, per ogni n, vale che $2^{n+1} \geq 2$.

Sapienza Università di Roma
Corso di Laurea in Informatica
Insegnamento di Metodi matematici per l'informatica, canale A-D
1° Prova, a.a. 2009/10 – FILA B

Nome e Cognome ____ **Matricola** _____________

Anno di corso _____________

1. Si considerino i seguenti insiemi: A = {a,b,c}, B = {a,{b},{b,c}} e C = ***P***(A), cioè l'insieme delle parti di A. Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false.

A.	$A \cup B = A$	☐ Vero	☐ Falso
B.	$a \in C \setminus B$	☐ Vero	☐ Falso
C.	$C \subseteq B$	☐ Vero	☐ Falso
D.	$A \cup B = B$	☐ Vero	☐ Falso
E.	$a \in B \cup C$	☐ Vero	☐ Falso

2. Si supponga che $A \times B = \emptyset$. Allora

A.	A deve essere Ø	☐ Vero	☐ Falso
B.	se B = Ø, allora A deve essere Ø	☐ Vero	☐ Falso
C.	A può non essere Ø	☐ Vero	☐ Falso
D.	se B = Ø, allora A non può essere Ø	☐ Vero	☐ Falso
E.	A e B devono essere Ø	☐ Vero	☐ Falso

3. Per ognuna delle seguenti relazioni definite sull'universo dei numeri naturali, si dica se è del tipo indicato e, in caso negativo, si elenchino tutte le proprietà che esse NON soddisfano:

A. la relazione che accoppia numeri primi tra loro
☐ a. è un'equivalenza
☐ b. non è un'equivalenza perché non gode della/e proprietà:____________________________________

B. la relazione che accoppia numeri uno multiplo dell'altro in qualunque ordine
☐ a. è un'equivalenza
☐ b. non è un'equivalenza perché non gode della/e proprietà:____________________________________

C. la relazione che accoppia numeri dei quali il primo è multiplo del secondo
☐ a. è un ordine debole
☐ b. non è un ordine debole perché non gode della/e proprietà:__________________________________

D. la relazione che accoppia numeri dei quali il primo è multiplo del secondo
☐ a. è un ordine stretto
☐ b. non è un ordine stretto perché non gode della/e proprietà_________________________________

E. la relazione che accoppia numeri dei quali il primo è il doppio del secondo
☐ a. è un ordine stretto
☐ b. non è un ordine stretto perché non gode della/e proprietà___________________________________

4. Siano f e g funzioni (totali) e $g \circ f$ la loro composta. Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false.

A.	il dominio di g deve coincidere con il dominio di f	☐ Vero	☐ Falso
B.	il codominio di g deve coincidere con il dominio di f	☐ Vero	☐ Falso
C.	$f \circ g$ non è mai definita	☐ Vero	☐ Falso
D.	se $g \circ f$ è l'identità sul dominio di f, $f \circ g$ è l'identità sul dominio di g.	☐ Vero	☐ Falso
E.	se f è suriettiva allora $g \circ f$ è suriettiva	☐ Vero	☐ Falso

5. Si dimostri per induzione che $\sum_{i=0,..,n} i \leq n^2$

SOLUZIONI:

1. risposte vere: E

2. risposte vere: C

3. A: crocetta su b; proprietà non soddisfatte: rifl e trans
   B: crocetta su b; proprietà non soddisfatte: trans
   C: crocetta su a
   D: crocetta su b; proprietà non soddisfatte: antirifl
   E: crocetta su b; proprietà non soddisfatte: trans

4. risposte vere: nessuna

5.
Base: $\sum_{i=0,..,0} i = 0 \leq 0^2$

Induzione: $\sum_{i=0,..,n+1} i = \sum_{i=0,..,n} i + (n+1) \leq n^2 + (n+1) \leq n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$